

LISTA 0

Esta lista é apenas para **REVISÃO** de Integral Indefinida, Integral Definida, do Teorema Fundamental do Cálculo e Integração por Substituição, tópicos estudados na disciplina Cálculo Diferencial e Integral Aplicado I ou Cálculo Aplicado I.

Nos exercícios 1. a 20. resolva as integrais imediatas ou aplique uma ou mais de uma vez a técnica de substituição simples para encontrar as primitivas.

- | | | |
|--|--|--|
| 1. $\int \sin x \cos x \, dx$ | 8. $\int \frac{e^x}{\cos^2(e^x - 2)} \, dx$ | 15. $\int \frac{18 \tan^2 x \sec^2 x}{(2 + \tan^3 x)^2} \, dx$ |
| 2. $\int \frac{\arctan x}{1 + x^2} \, dx$ | 9. $\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2 + 1}} \, dx$ | 16. $\int 5^{2x} \, dx$ |
| 3. $\int \sec x \tan x \, dx$ | 10. $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x} \sqrt{\cos^3 \sqrt{x}}} \, dx$ | 17. $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} \, dx$ |
| 4. $\int \tan x \, dx$ | 11. $\int \left(1 - \cos \frac{x}{2}\right)^2 \sin \frac{x}{2} \, dx$ | 18. $\int \frac{dx}{x \ln x^3}$ |
| 5. $\int \cot x \, dx$ | 12. $\int \frac{e^{2/x^2}}{x^3} \, dx$ | 19. $\int \frac{1 + \ln^2 x + \ln^3 x}{x \ln x} \, dx$ |
| 6. $\int \frac{1}{4 + 3x^2} \, dx$ | 13. $\int x(1 + x)^{4/3} \, dx$ | 20. $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 4x^2}}$ |
| 7. $\int \sqrt{x} \sin(x^{3/2} - 1) \, dx$ | 14. $\int \frac{1 + e^{2x}}{e^x} \, dx$ | |

Resolva as integrais definidas dos exercícios 21. a 28.

- | | | |
|---|---|---|
| 21. $\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x-1}} \, dx$ | 24. $\int_1^e \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)}$ | 27. $\int_0^{\pi/4} (1 + e^{\tan x}) \sec^2 x \, dx$ |
| 22. $\int_1^2 \frac{e^x}{e^x + e} \, dx$ | 25. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} \, dx$ | 28. $\int_{\ln \frac{\pi}{6}}^{\ln \frac{\pi}{2}} 2e^x \cos(e^x) \, dx$ |
| 23. $\int_0^{\sqrt{\ln \pi}} 2xe^{x^2} \cos(e^{x^2}) \, dx$ | 26. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x \, dx$ | |

29. Se aplicarmos o Teorema Fundamental do Cálculo em $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} \, dx$, obteremos a seguinte igualdade:

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} \Big|_{-1}^1 = -2.$$

Como a função $f(x) = \frac{1}{x^2} > 0$, isto não faz sentido. O que está errado?

30. Verifique que as funções $\sin^2 x$ e $-\cos^2 x$ são primitivas de uma mesma função. Porque isso é possível?

RESPOSTAS DA LISTA 0

1. $\frac{1}{2} \operatorname{sen}^2 x + C$
 2. $\frac{1}{2} \arctan^2 x + C$
 3. $\sec x + C$
 4. $-\ln |\cos(x)| = \ln |\cos(x)|^{-1} =$
 $+\ln |\sec x| + C$
 5. $-\ln |\csc x| + C$
 6. $\frac{\sqrt{3}}{6} \arctan \frac{\sqrt{3}x}{2} + C$
 7. $-\frac{2}{3} \cos \left(x^{\frac{3}{2}} - 1\right) + C$
 8. $\tan(e^x - 2) + C$
 9. $\frac{3}{2} (x^2 + 1)^{\frac{2}{3}} + C$
 10. $4 (\cos \sqrt{x})^{-\frac{1}{2}} + C$
 11. $\frac{2}{3} \left(1 - \cos \frac{x}{2}\right)^3 + C$
 12. $-\frac{1}{4} e^{2/x^2} + C$
 13. $\frac{3}{10} (1+x)^{\frac{10}{3}} - \frac{3}{7} (1+x)^{\frac{7}{3}} + C$
 14. $e^x - e^{-x} + C$
 15. $-\frac{6}{2 + \tan^3 x} + C$
 16. $\frac{5^{2x}}{2 \ln 5} + C$
 17. $\operatorname{sen}(\ln x) + C$
 18. $\frac{\ln |\ln x^3|}{3} + C$
 19. $\frac{1}{3} (\ln x)^3 + \frac{1}{2} (\ln x)^2 + \ln |\ln x| + C$
 20. $\frac{1}{2} \operatorname{arcsen}(2x) + C$
 21. $\frac{10\sqrt{2} - 8}{3}$
 22. $\ln \left(\frac{e+1}{2}\right)$
 23. $-\operatorname{sen}(1)$
 24. $\frac{\pi}{4}$
 25. $\frac{1}{2} \operatorname{arcsen} \left(\frac{1}{4}\right)$
 26. e^{-1}
 27. e
 28. 1
29. As hipóteses do Teorema Fundamental do Cálculo não são satisfeitas nesse caso:
A função $f(x) = \frac{1}{x^2}$ não está definida em todos os pontos do intervalo fechado e limitado cujos extremos são os limites de integração, isto é, não está definida em $[-1, 1]$, pois não está definida em $x = 0$.
30. Como $f'(x) = g'(x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$, concluímos que tanto f quanto g são primitivas de $h(x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$. Isso é possível porque $f(x) - g(x) = C \Rightarrow f'(x) - g'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = g'(x)$.
Em palavras, sempre que a diferença entre duas funções é constante, a diferença entre suas derivadas é zero e conseqüentemente suas derivadas são iguais.
Neste caso, $f(x) - g(x) = \operatorname{sen}^2 x - (-\cos^2 x) = 1$.