

## LISTA 4

Em cada um dos exercícios 1. a 6. considere a região  $R$  limitada pelas curvas de equações dadas. Aplicando o método dos discos circulares, calcule o volume do sólido obtido pela rotação da região  $R$  em torno do eixo  $E$  dado.

1.  $R: y = x^3, y = 0, x = 2;$   
 $E: \text{eixo } x$
2.  $R: y = \ln x, y = 0, x = e^2;$   
 $E: \text{eixo } y$
3.  $R: y = x^2, x + y = 2;$   
 $E: \text{eixo } x$
4.  $R: y = x^2 - 2x, y = 4 - x^2;$   
 $E: \text{reta } y = 4$
5.  $R: y = \cos x, y = \sin x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2};$   
 $E: \text{reta } y = -1$

Em cada um dos exercícios 6. a 9. considere a região  $R$  limitada pelas curvas de equações dadas. Aplicando o método das cascas cilíndricas, calcule o volume do sólido obtido pela rotação da região  $R$  em torno do eixo  $E$  dado.

6.  $R: y = \frac{1}{4 - x^2}, x = 0, x = 1, y = 0;$   
 $E: \text{eixo } y$
7.  $R: y = x^2, x = y^2;$   
 $E: \text{reta } x = -2$
8.  $R: x = y^2, x = 0, y = 1;$   
 $E: \text{reta } y = 2$
9.  $R: y = \ln x, y = 0, x = e^2;$   
 $E: \text{eixo } x$

Em cada um dos exercícios 10. a 13. considere a região  $R$  limitada pelas curvas de equações dadas. Calcule, por dois métodos distintos, o volume do sólido obtido pela rotação da região  $R$  em torno do eixo  $E$  dado.

10.  $R: y = x^3, y = 0, x = 2;$   
 $E: \text{eixo } y$
11.  $R: y = \frac{x}{2}, y = \sqrt{x};$   
 $E: \text{eixo } x$
12.  $R: xy = 4, x + y = 5;$   
 $E: y = 1$
13.  $R: y = \ln x, y = \frac{x-1}{e-1};$   
 $E: \text{eixo } x$

14. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação da região  $R$  em torno do eixo  $x$ , pelo método que achar conveniente.

$$R: \begin{cases} y = \frac{x}{4} + 1, & \text{se } -4 \leq x < 0 \\ y = \sqrt{1 - x^2}, & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ y = 0, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

## RESPOSTAS DA LISTA 4

1.  $\int_0^2 \pi (x^3)^2 dx = \frac{128\pi}{7}$
2.  $\int_0^2 \pi \left( (e^2)^2 - (e^y)^2 \right) dy = \frac{\pi (3e^4 + 1)}{2}$
3.  $\int_{-2}^1 \pi \left( (-x + 2)^2 - (x^2)^2 \right) dx = \frac{72\pi}{5}$
4.  $\int_{-1}^2 \pi \left( (x^2 - 2x - 4)^2 - (4 - x^2 - 4)^2 \right) dx = 45\pi$
5.  $2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \pi \left( (1 + \cos x)^2 - (1 + \operatorname{sen} x)^2 \right) dx = (4\sqrt{2} - 3) \pi$
6.  $\int_0^1 2\pi x \frac{1}{4 - x^2} dx = \pi(\ln 4 - \ln 3)$
7.  $\int_0^1 2\pi(x + 2)(\sqrt{x} - x^2) dx = \frac{49\pi}{30}$
8.  $\int_0^1 2\pi(2 - y)y^2 dy = \frac{5\pi}{6}$
9.  $\int_0^2 2\pi y (e^2 - e^y) dy = 2\pi (e^2 - 1)$
10.  $\int_0^8 \pi \left( 2^2 - (\sqrt[3]{y})^2 \right) dy = \int_0^2 2\pi x x^3 dx = \frac{64\pi}{5}$
11.  $\int_0^4 \pi \left( (\sqrt{x})^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 \right) dx = \int_0^2 2\pi y (2y - y^2) dy = \frac{8\pi}{3}$
12.  $\int_1^4 \pi \left( (5 - x - 1)^2 - \left(\frac{4}{x} - 1\right)^2 \right) dx = \int_1^4 2\pi(y - 1) \left( 5 - y - \frac{4}{y} \right) dy = 2\pi(8 \ln 2 - 3)$
13.  $\int_1^e \pi \left( (\ln x)^2 - \left(\frac{x - 1}{e - 1}\right)^2 \right) dx = \int_0^1 2\pi y (1 + (e - 1)y - e^y) dy = \frac{\pi(2e - 5)}{3}$
14.  $\int_{-4}^0 \pi \left( \frac{x}{4} + 1 \right)^2 dx + \int_0^1 \pi \left( \sqrt{1 - x^2} \right)^2 dx = \int_0^1 2\pi y \left( 4 - 4y + \sqrt{1 - y^2} \right) dy = 2\pi$