

LISTA 15

Calcule as integrais dos exercícios 1. a 4.

$$1. \int_3^4 \int_1^2 \frac{dy dx}{(x+y)^2}$$

$$3. \int_1^2 \int_0^{x^2} e^{y/x} dy dx$$

$$2. \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{3 \cos \theta} r^2 \sin^2(\theta) dr d\theta$$

$$4. \iint_R \frac{y^2}{x^2+1} dy dx,$$

$$\text{onde } R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq y \leq 1\}$$

Nos exercícios 5. e 6. para a região R dada decomponha $\iint_R f(x, y) dx dy$ nas duas possíveis ordens de integração.

$$5. R \text{ é a região limitada pelas curvas } x^2 - y^2 = 1 \text{ e } 3x = 2y^2.$$

$$6. R \text{ é a região que não contém a origem e é limitada pelas curvas } y^2 - x^2 = 1 \text{ e } x^2 + y^2 = 9.$$

Nos exercícios 7. e 8. inverta a ordem de integração.

$$7. \int_0^1 \int_{y^2}^{y+2} f(x, y) dx dy$$

$$8. \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x, y) dx dy$$

Nos exercícios 9. a 10. calcule o volume do sólido limitado pelas superfícies de equações dadas.

$$9. 3x + 2y + z = 6, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0$$

$$10. z = \sin x \sin y, \quad z = -2, \quad x = 0, \quad x = \pi, \quad y = 0, \quad y = \pi$$

$$11. \text{ Calcule o volume do sólido limitado pelos planos } x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x + y = 1 \text{ e pelo cilindro } z = 1 - y^2.$$

$$12. \text{ Use integral dupla para calcular a área das regiões delimitadas pela curvas } |x| = y^2 \text{ e } 2|x| = y^2 + 4.$$

Calcule as integrais dos exercícios 13. e 14. pela inversão da ordem de integração.

$$13. \int_0^1 \int_y^1 e^{-3x^2} dx dy$$

$$14. \int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sin y^3 dy dx$$

Use coordenadas polares para calcular as integrais dos exercícios 15. a 18.

$$15. \iint_R e^{x^2+y^2} dx dy, \quad R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$16. \iint_R \frac{dx dy}{2 - x^2 - y^2}, \quad R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$17. \int_0^a \int_y^a \sqrt{a^2 - x^2} dx dy$$

$$18. \int_{-4}^4 \int_{-\sqrt{16-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} e^{-x^2-y^2} dy dx$$

19. Calcule o volume do sólido que não contém a origem e é limitado pelo gráfico de $z = 4 - r^2$, pelo cilindro $r = 1$ e pelo plano $z = 0$.
20. Calcule o volume do sólido interior à esfera $z^2 + r^2 = 16$ e ao cilindro $r = 4 \cos \theta$.
21. Calcule a área da região $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + (y - 1)^2 \leq 1, x^2 + y^2 \geq 1\}$
22. Calcule o volume da região do espaço no primeiro octante, compreendida entre os cilindros $x^2 + y^2 = a^2$ e $x^2 + z^2 = a^2$, a constante positiva.
23. Calcule o volume do elipsóide $x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 4$.
24. Calcule a área da região $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 2 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 1\}$.

RESPOSTAS DA LISTA 15

1. $\ln\left(\frac{25}{24}\right)$
2. $\frac{12}{5}$
3. $e^2 - \frac{3}{2}$
4. $\frac{\pi}{12} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \ln 2$
5. $\int_0^1 \int_{-\sqrt{3x/2}}^{\sqrt{3x/2}} f(x, y) dy dx + \int_1^2 \int_{\sqrt{x^2-1}}^{\sqrt{3x/2}} f(x, y) dy dx + \int_1^2 \int_{-\sqrt{3x/2}}^{-\sqrt{x^2-1}} f(x, y) dy dx =$
 $= \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \int_{2y^2/3}^{\sqrt{y^2+1}} f(x, y) dx dy$
6. $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{-\sqrt{x^2+1}} f(x, y) dy dx + \int_{-2}^2 \int_{\sqrt{x^2+1}}^{\sqrt{9-x^2}} f(x, y) dy dx = \int_{-3}^{-\sqrt{5}} \int_{-\sqrt{9-y^2}}^{\sqrt{9-y^2}} f(x, y) dx dy +$
 $\int_{-\sqrt{5}}^{-1} \int_{-\sqrt{y^2-1}}^{\sqrt{y^2-1}} f(x, y) dx dy + \int_1^{\sqrt{5}} \int_{-\sqrt{y^2-1}}^{\sqrt{y^2-1}} f(x, y) dx dy + \int_{\sqrt{5}}^3 \int_{-\sqrt{9-y^2}}^{\sqrt{9-y^2}} f(x, y) dx dy$
7. $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy dx + \int_1^2 \int_0^1 f(x, y) dy dx + \int_2^3 \int_{x-2}^1 f(x, y) dy dx$
8. $\int_{-1}^0 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy dx + \int_0^1 \int_0^{1-x} f(x, y) dy dx$
9. 6
10. $2\pi^2 + 4$
11. $\frac{5}{12}$
12. $\frac{32}{3}$
13. $\frac{e^3 - 1}{6e^3}$
14. $\frac{1 - \cos(8)}{3}$
15. $\pi(e - 1)$
16. $\pi \ln 2$
17. $\frac{a^3}{3}$
18. $\pi(1 - e^{-16})$
19. $\frac{9\pi}{2}$
20. $\frac{128}{3} \left(\pi - \frac{4}{3}\right)$
21. $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$
22. $\frac{2a^3}{3}$
23. $\frac{16\pi}{3}$
24. $\frac{5\pi}{6} + 1 - \sqrt{3}$