Cálculo I

Humberto José Bortolossi

Departamento de Matemática Aplicada

Universidade Federal Fluminense

Aula 24

18 de novembro de 2008

Exercícios

Roteiro

(1) Domínio da função.

(2) Interseção do gráfico da função com os eixos coordenados.

(3) Simetrias: função par, função ímpar, função periódica.

(4) Assíntotas horizontais e verticais.

(5) Intervalos de crescimento e decrescimento.

(6) Máximos e mínimos locais.

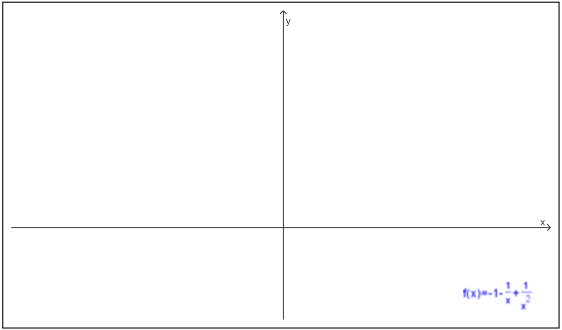
(7) Pontos onde a função não é derivável.

(8) Concavidade e pontos de inflexão.

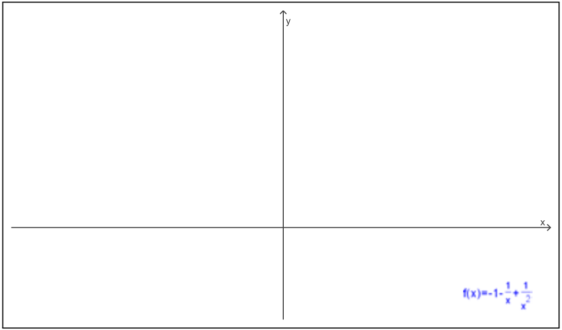
Exemplo

$$y = f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

(1) Domínio da função

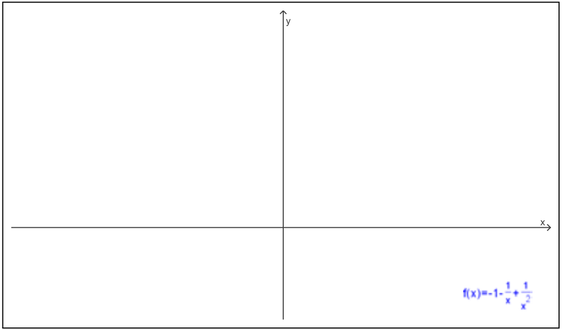


(1) Domínio da função

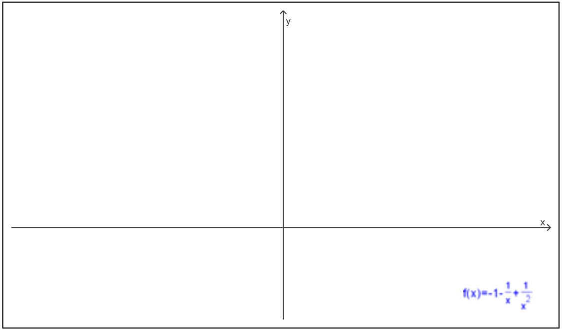


O domínio de f é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \text{ e } x^2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$.

(1) Domínio da função

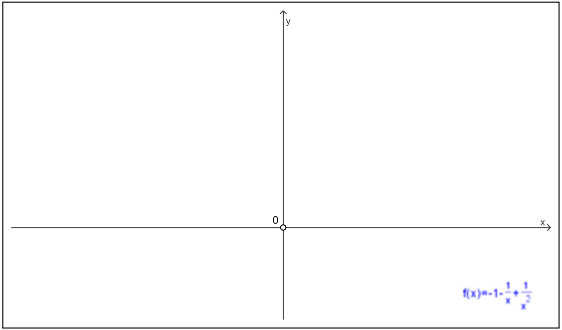


O domínio de f é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \text{ e } x^2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$.



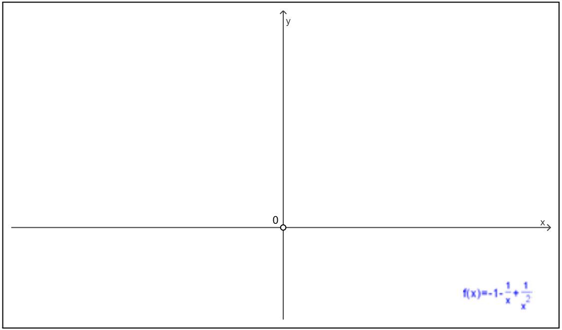
O domínio de f é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \text{ e } x^2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$.

(1) Domínio da função



O domínio de f é $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \text{ e } x^2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

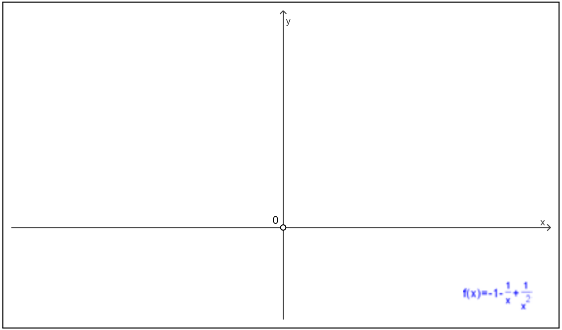


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

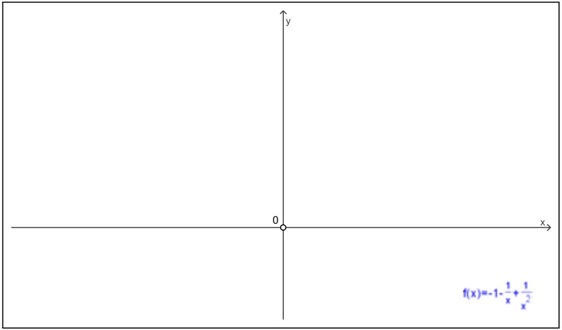


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1-\sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1+\sqrt{5})/2, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

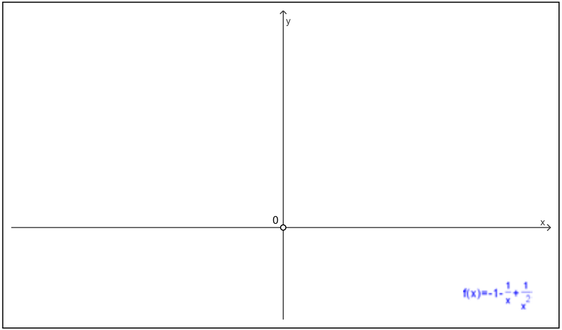


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

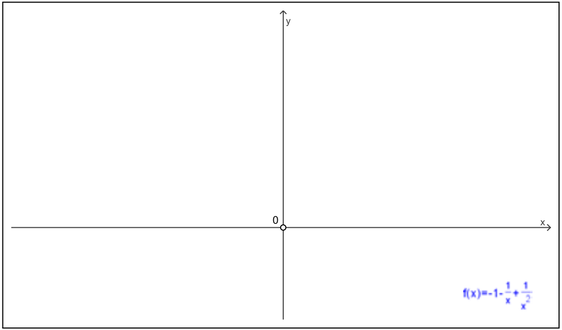


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

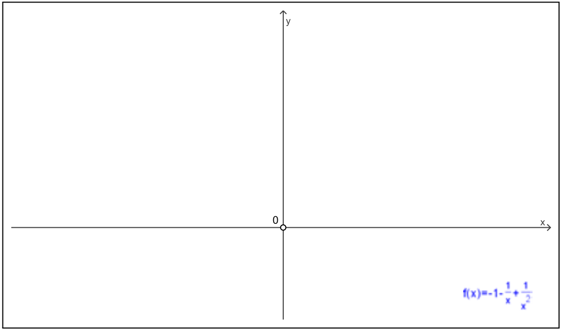
(2) Interseção com os eixos coordenados



Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

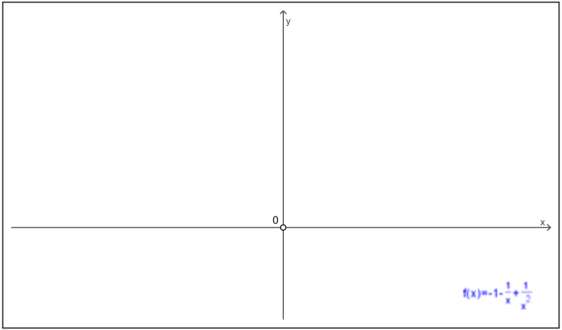


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

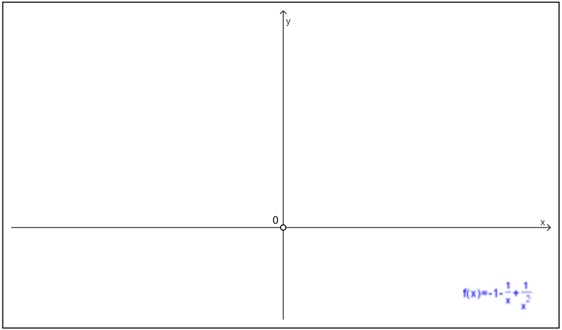
(2) Interseção com os eixos coordenados



Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1-\sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1+\sqrt{5})/2, 0)$.

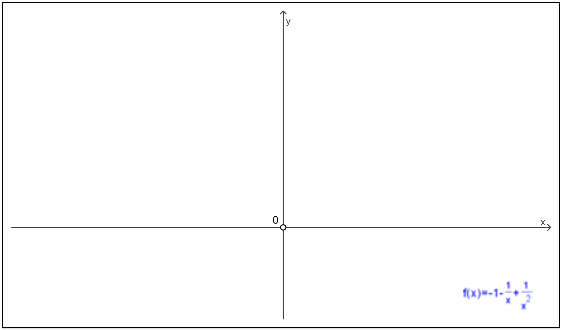


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

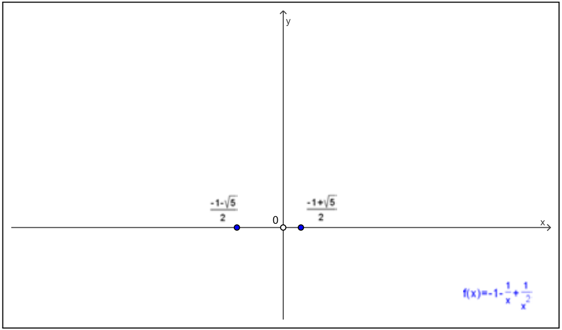


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

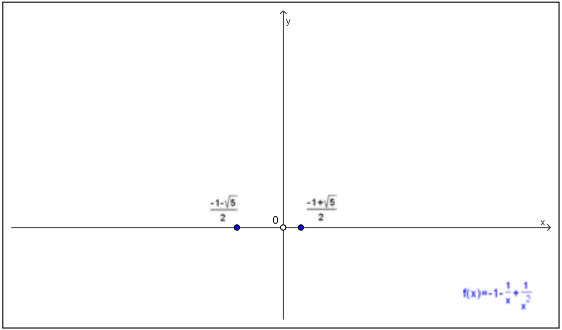


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

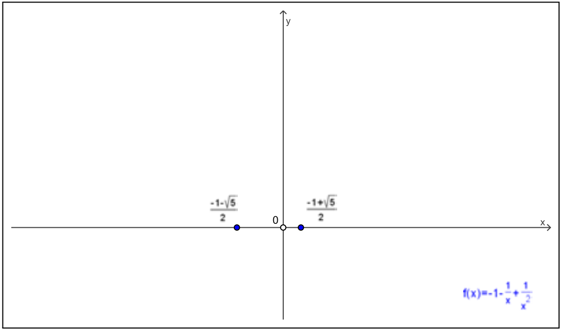


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1 - \sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1 + \sqrt{5})/2, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

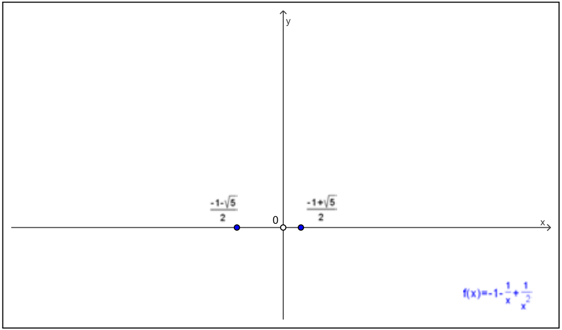


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x) = 0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1-\sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1+\sqrt{5})/2, 0)$.

(2) Interseção com os eixos coordenados

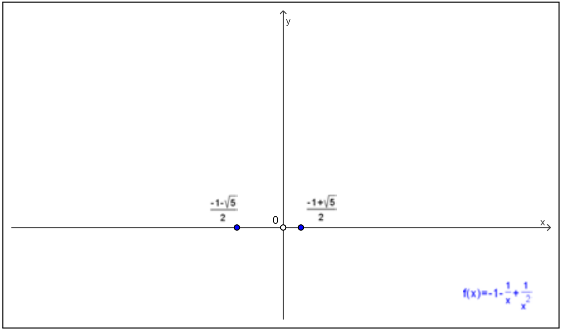


Como 0 não pertence ao domínio de f, segue-se que o gráfico de f não intercepta o eixo y. A interseção do gráfico com o eixo x é obtida fazendo-se $f(x)=0$. Mas

$$f(x) = -1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = -\frac{x^2+x-1}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2+x-1=0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

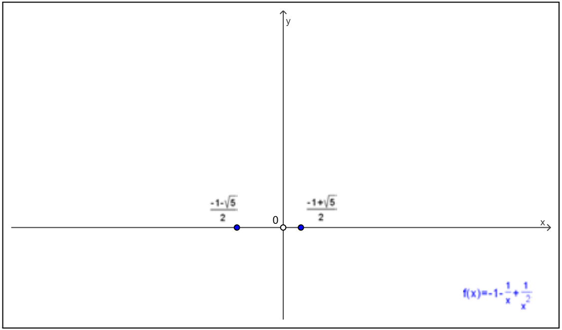
Logo, o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos $((-1-\sqrt{5})/2, 0)$ e $((-1+\sqrt{5})/2, 0)$.

(3) Simetrias



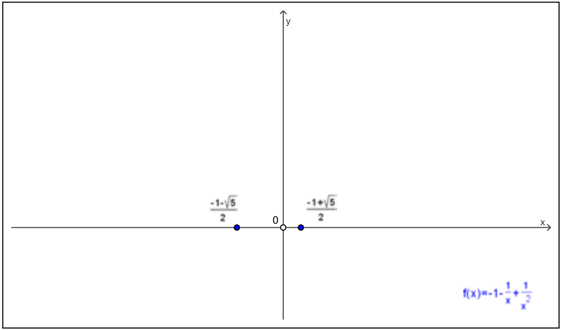
Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

(3) Simetrias

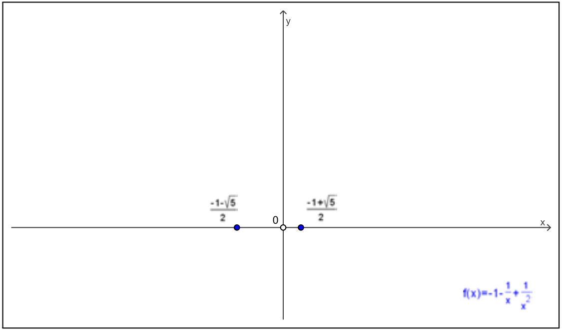


Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

(3) Simetrias

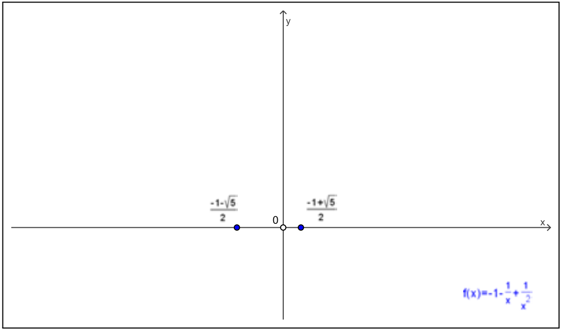


Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

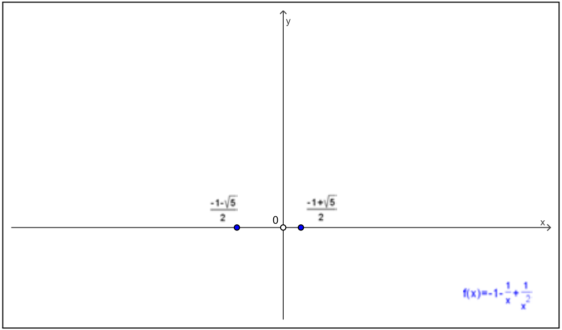


Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

(3) Simetrias

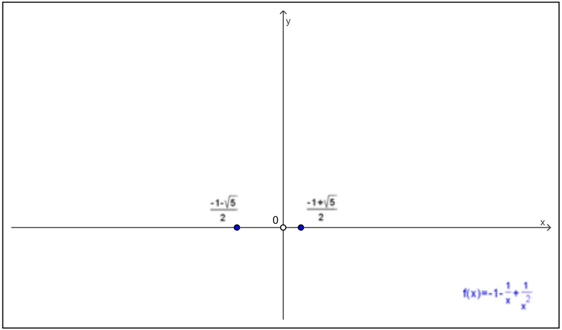


Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

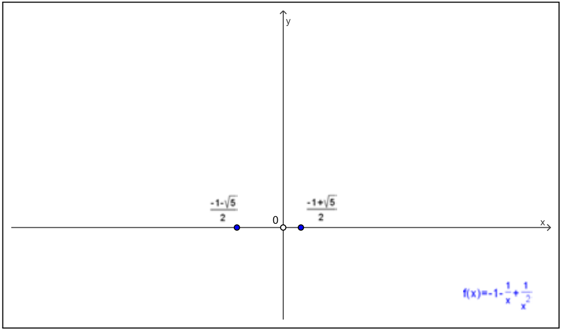


Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

(3) Simetrias



Como $f(-2) = -1/4$ e $f(2) = -5/4$, segue-se que f não é uma função par (pois $f(-2) \neq f(2)$) e f não é uma função ímpar (pois $f(-2) \neq -f(2)$).

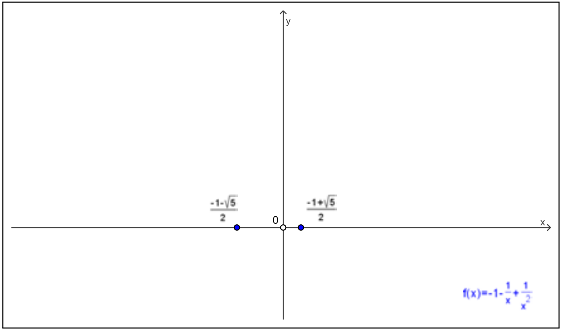


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

(4) Assíntotas

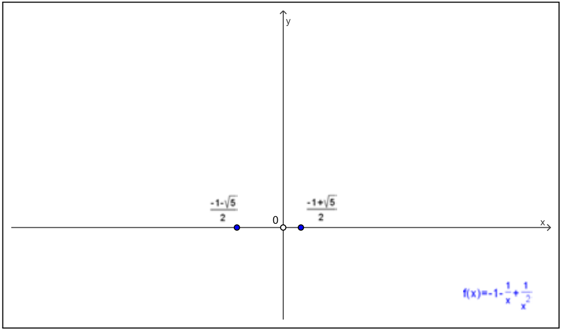


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

(4) Assíntotas

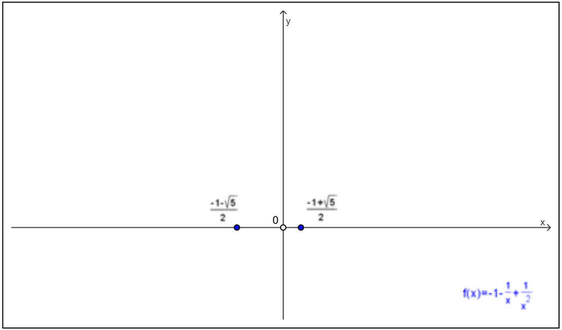


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y = -1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

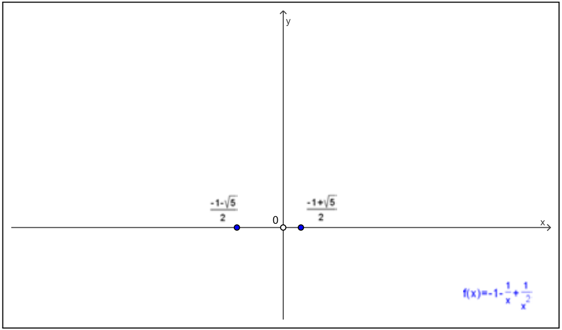
(4) Assíntotas



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

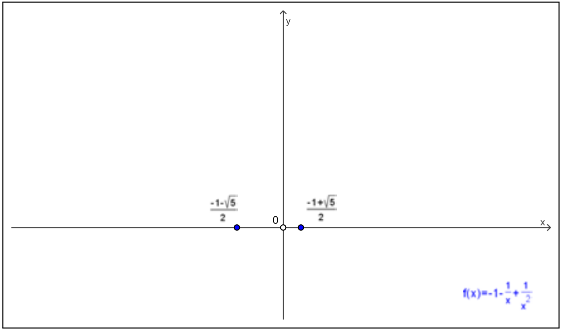


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y = -1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

(4) Assíntotas

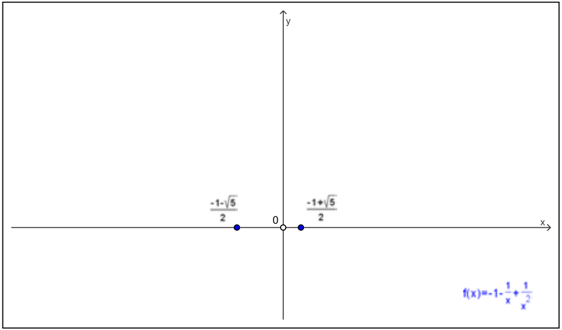


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

(4) Assíntotas

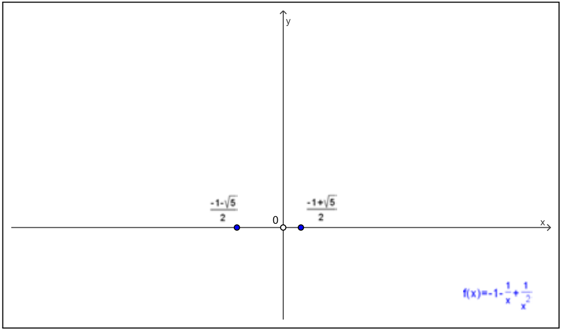


Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.

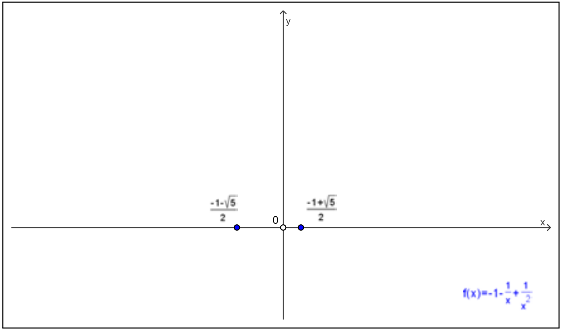
(4) Assíntotas



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

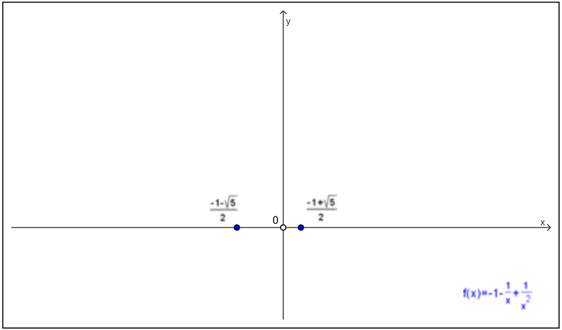
concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

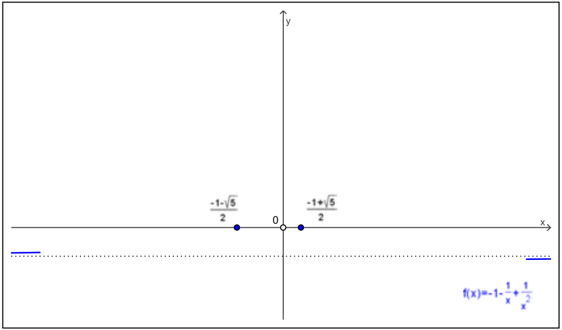
concluímos que a reta $y=-1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

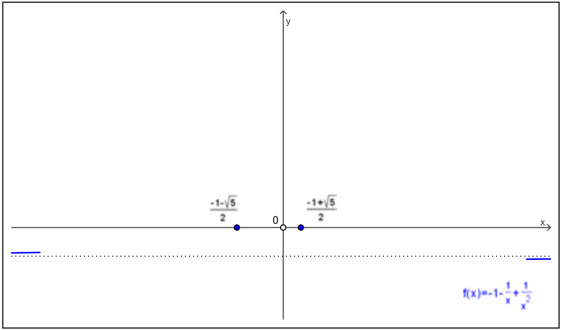
concluímos que a reta $y = -1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.



Vamos determinar primeiro as assíntotas horizontais. Como

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^- \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = -1^+,$$

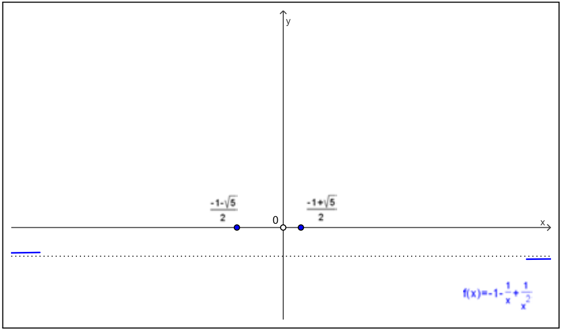
concluímos que a reta $y = -1$ é a única assíntota horizontal do gráfico de f.



Como o denominador da função é zero quando $x = 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

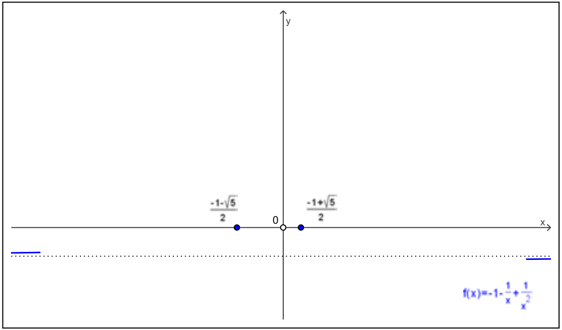
concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.



Como o denominador da função é zero quando $x = 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

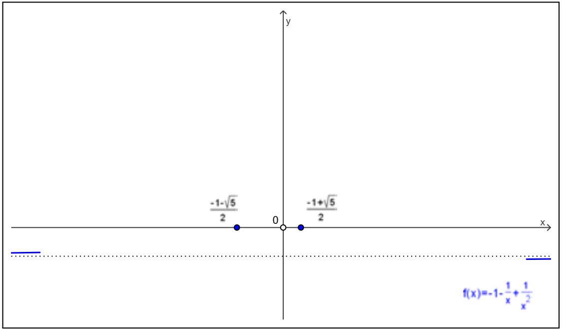


Como o denominador da função é zero quando $x = 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

(4) Assíntotas

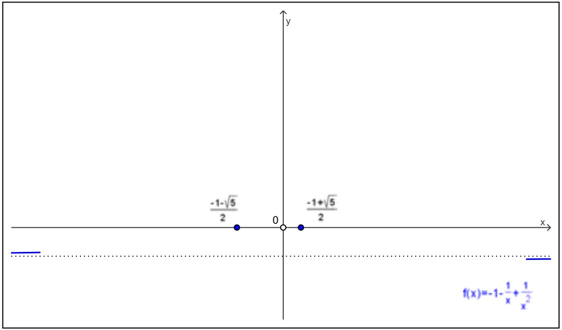


Como o denominador da função é zero quando $x = 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

(4) Assíntotas

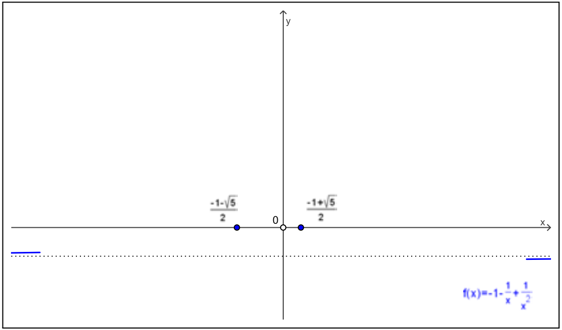


Como o denominador da função é zero quando $x = 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

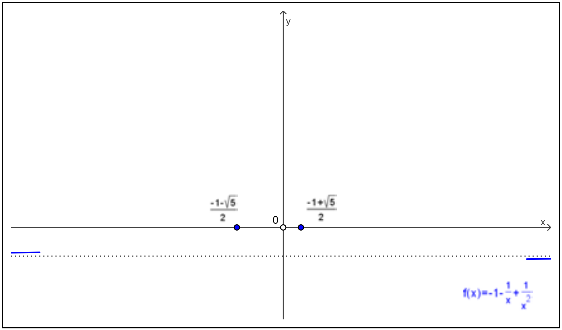
(4) Assíntotas



Como o denominador da função é zero quando $x = 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

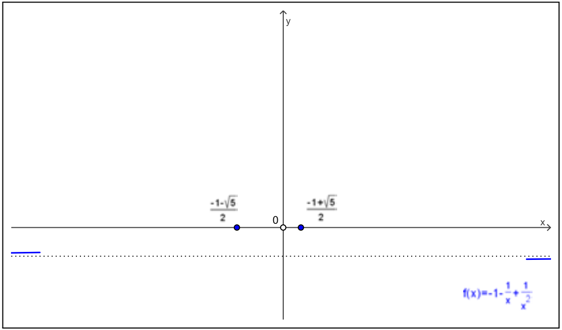
concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.



Como o denominador da função é zero quando $x = 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

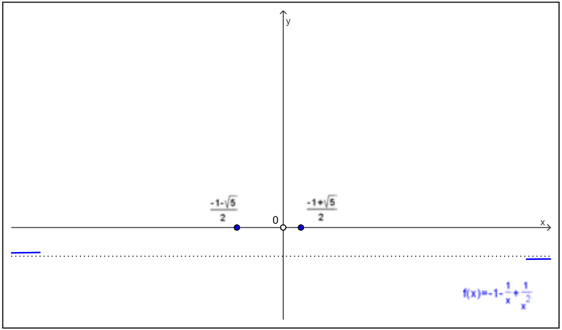
concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.



Como o denominador da função é zero quando $x = 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} -\frac{x^2 + x - 1}{x^2} = +\infty,$$

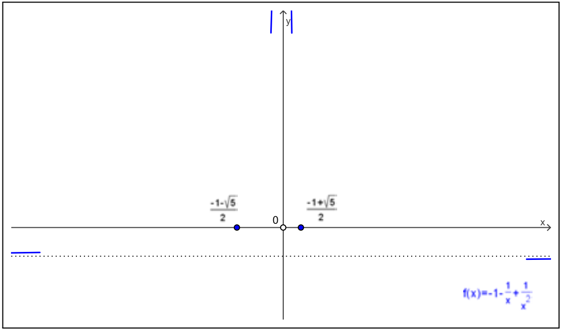
concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.



Como o denominador da função é zero quando $x = 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

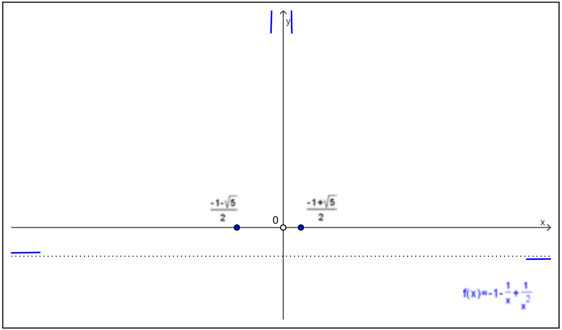
concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.



Como o denominador da função é zero quando $x = 0$, a única candidata à assíntota vertical é a reta $x = 0$. Agora, como

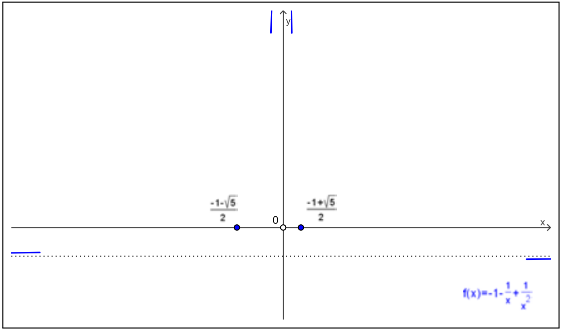
$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\frac{x^2+x-1}{x^2} = +\infty,$$

concluímos que, de fato, a retas $x = 0$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.



Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá

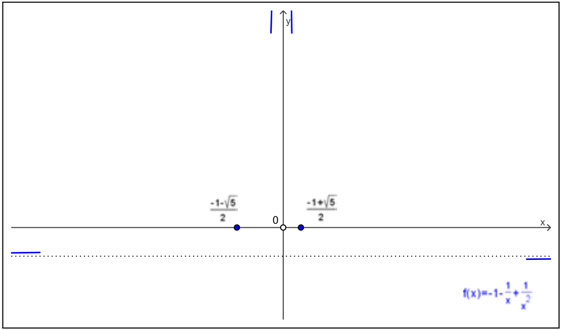
Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.



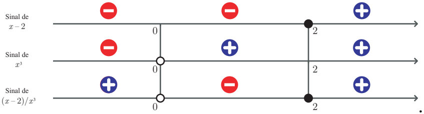
Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá

Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.

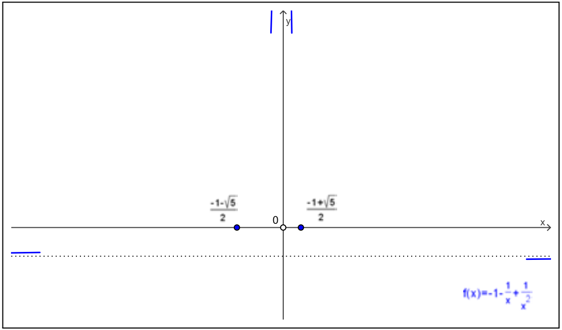
(5) Crescimento e decrescimento



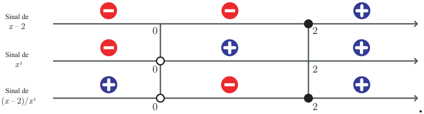
Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá



Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.

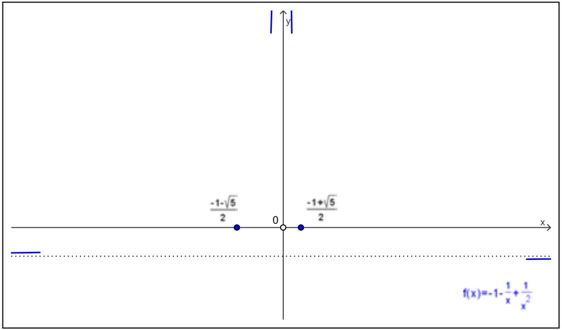


Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá

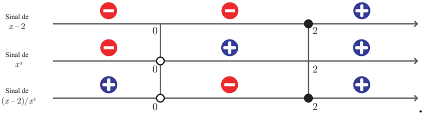


Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.

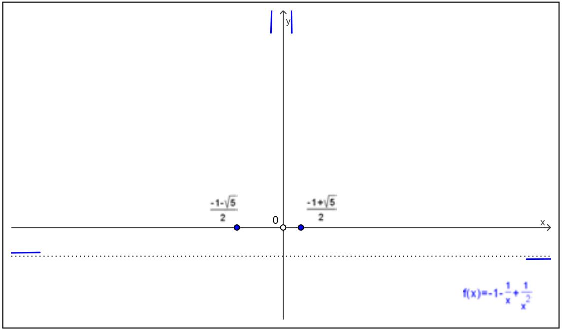
(5) Crescimento e decrescimento



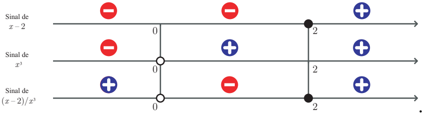
Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá



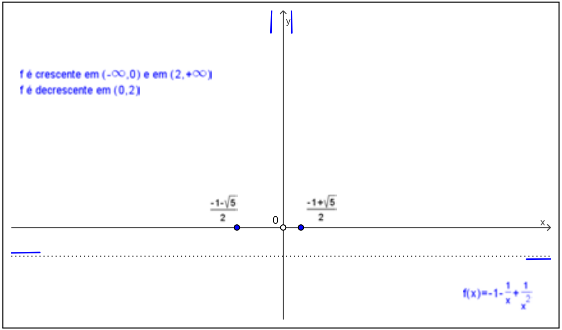
Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.



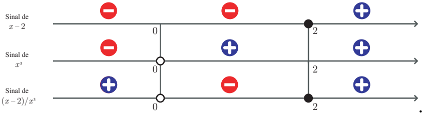
Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá



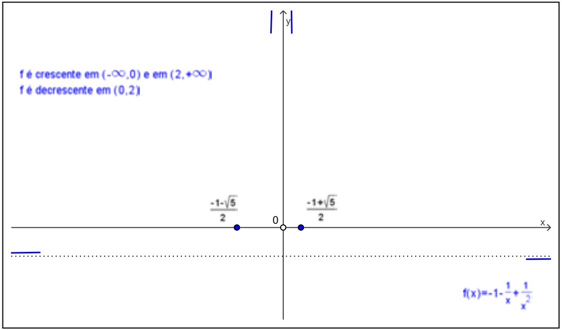
Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.

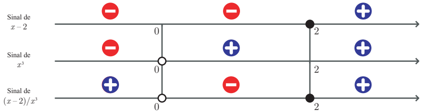


Temos que $f'(x) = (x-2)/x^3$. O estudo do sinal da derivada nos dá

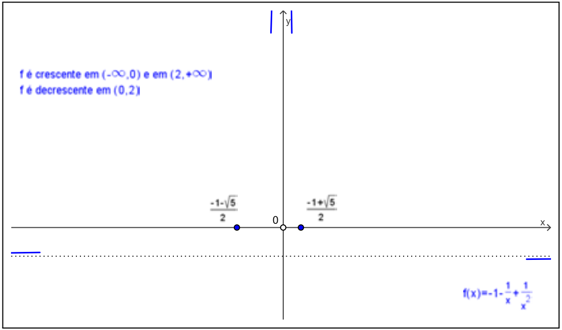


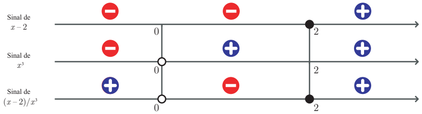
Assim, f é crescente no intervalo $(-\infty, 0)$, f é crescente em $(2, +\infty)$ e f é decrescente em $(0, 2)$.





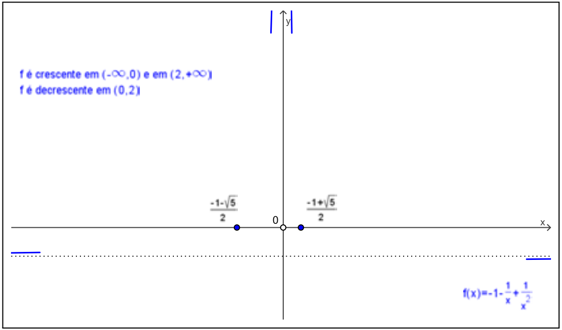
Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de mínimo local de f em D.

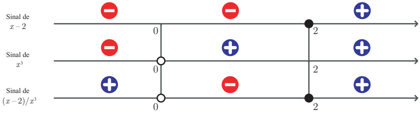




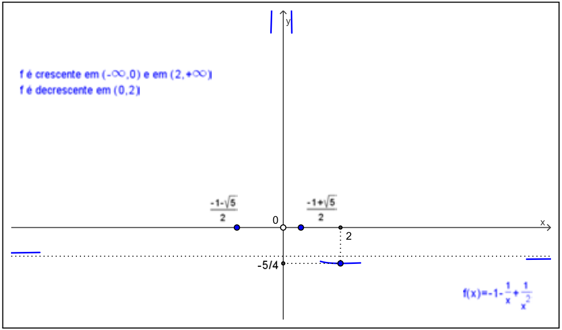
Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de mínimo local de f em D.

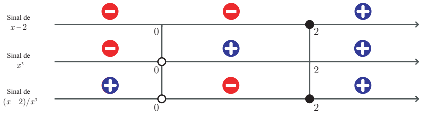
(6) Máximos e mínimos locais



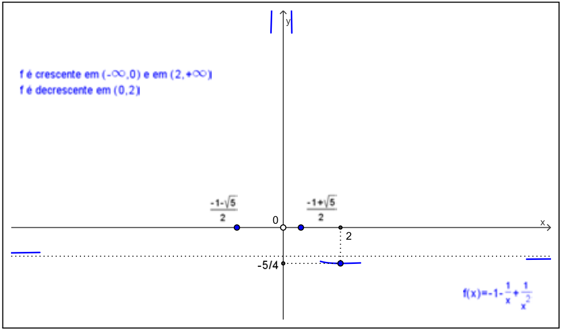


Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de mínimo local de f em D.

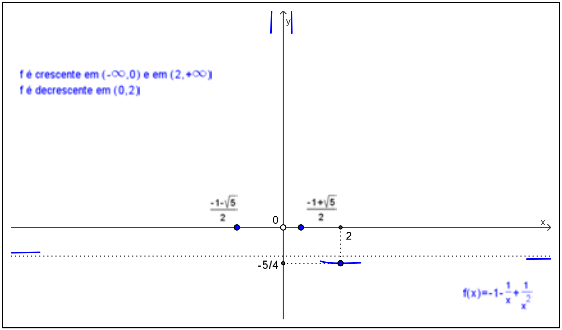




Vimos no item anterior que o único ponto crítico de f é $p = 2$. Como, em $p = 2$, o sinal da derivada muda de $-$ para $+$, concluímos pelo teste da derivada primeira que $p = 0$ é ponto de mínimo local de f em D.

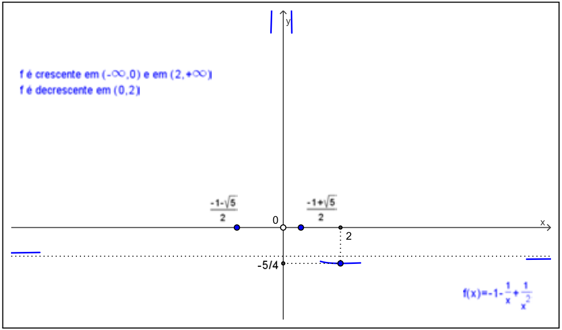


A função f é derivável como subtração, multiplicação e divisão de funções deriváveis. Logo, o gráfico de f não possui “bicos” e nem pontos onde a reta tangente é vertical.



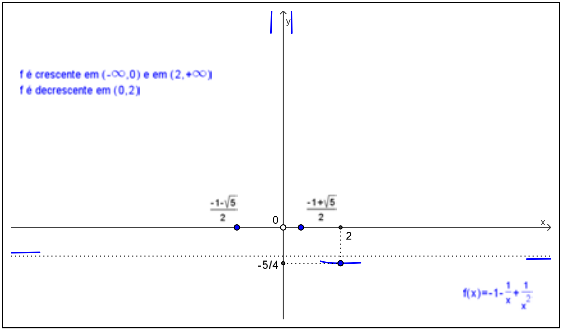
A função f é derivável como subtração, multiplicação e divisão de funções deriváveis. Logo, o gráfico de f não possui "bicos" e nem pontos onde a reta tangente é vertical.

(7) Pontos onde a função não é derivável



A função f é derivável como subtração, multiplicação e divisão de funções deriváveis. Logo, o gráfico de f não possui "bicos" e nem pontos onde a reta tangente é vertical.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

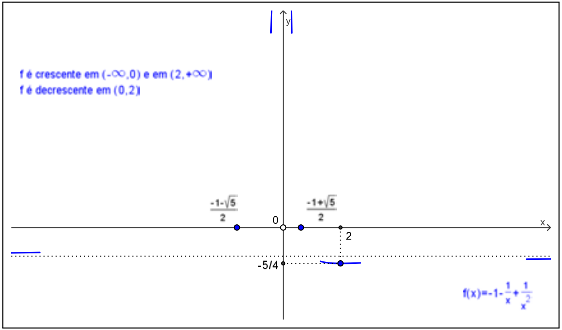


Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Conseqüentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

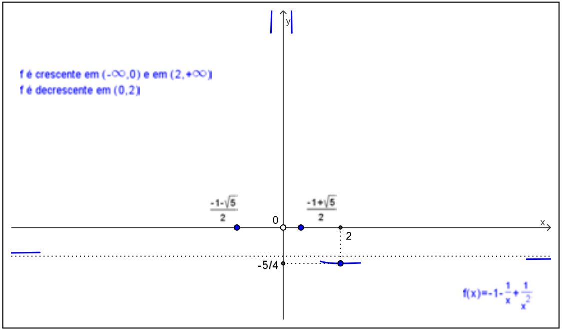


Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Conseqüentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

(8) Concavidade e pontos de inflexão

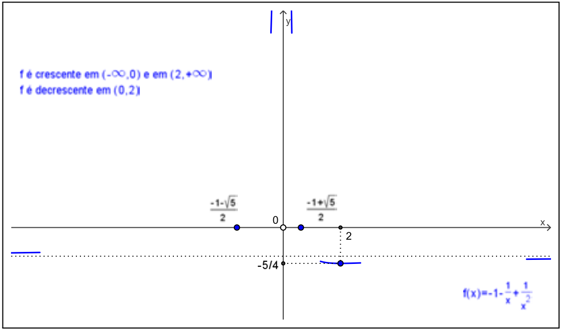


Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \ \ (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Conseqüentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

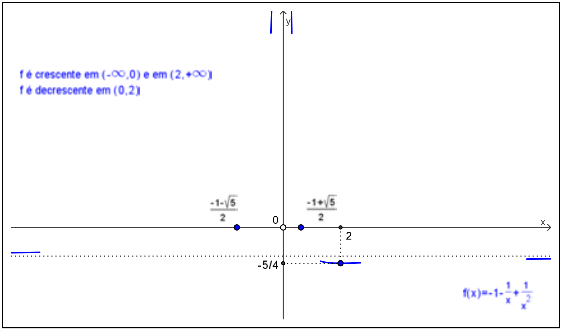
(8) Concavidade e pontos de inflexão



Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \ \ (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

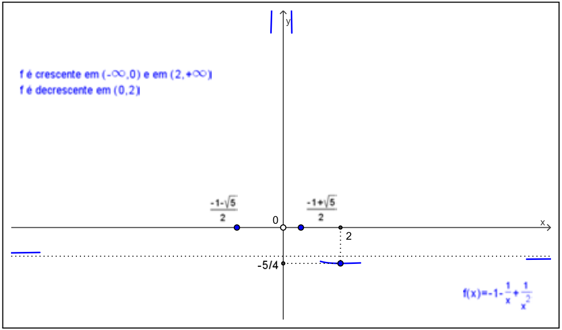
Conseqüentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.



Temos que $f''(x) = -2(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

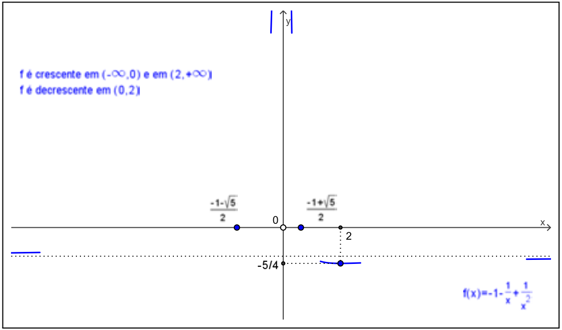
Conseqüentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.



Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Conseqüentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

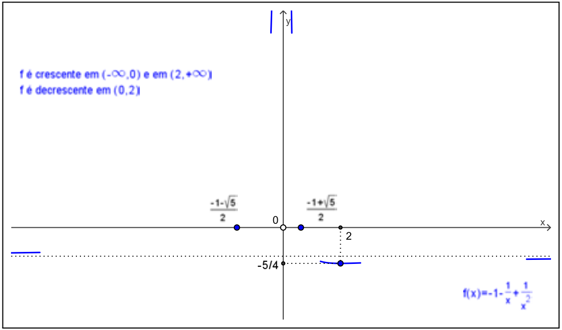


Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Conseqüentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.

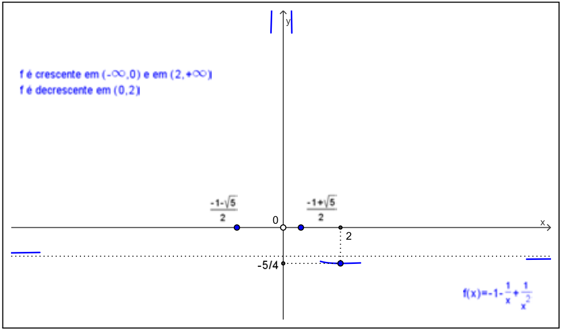
(8) Concavidade e pontos de inflexão



Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \ \ (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

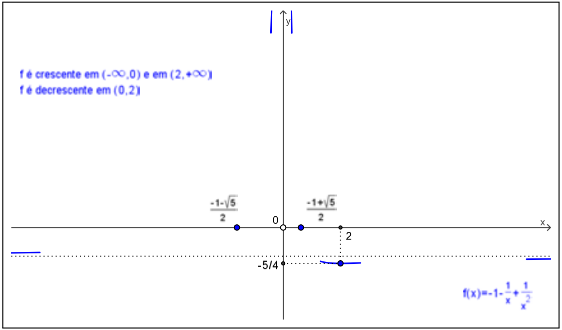
Conseqüentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.



Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

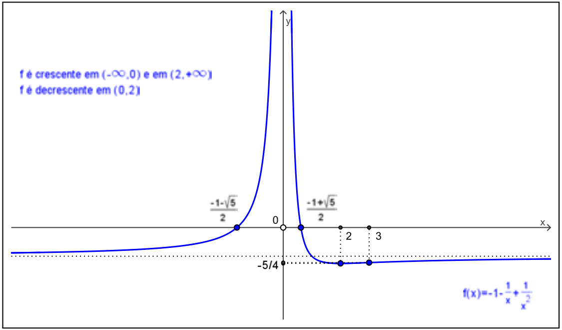
Conseqüentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.



Temos que $f''(x) = -2\,(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2\,(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \;\; (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

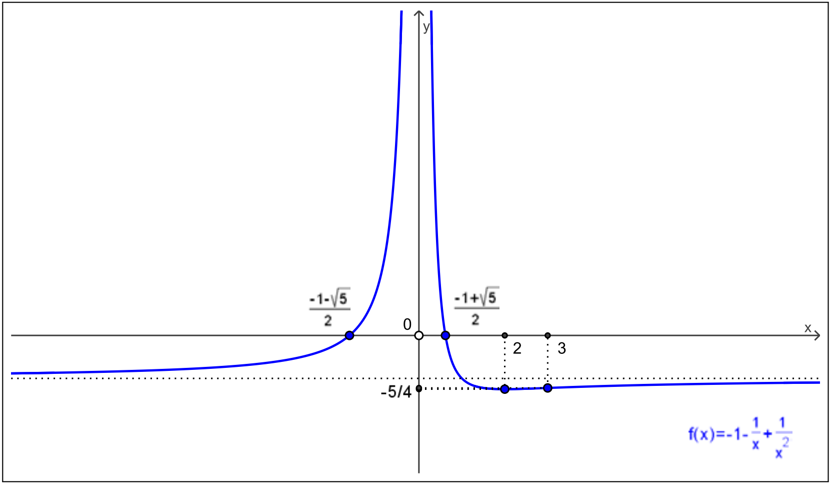
Conseqüentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.



Temos que $f''(x) = -2(x-3)/x^4$. Como $x^4 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, segue-se que o sinal da derivada segunda é o sinal de $-2(x-3)$. Assim,

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \ \ (\text{com } x \neq 0) \qquad \text{e} \qquad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Conseqüentemente, f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$. A função f é côncava para baixo em $(3, +\infty)$. O ponto $p = 3$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f.



y
x
0
2
3
-5/4
$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$
$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
$f(x)=-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$