Universidade Federal Fluminense
GMA - Departamento de Matemática Aplicada
Prof: Javier Solano

LISTA 7a - 2018-1
Integrais impróprias

---

1. Nos seguintes exercícios diga se a integral é convergente ou divergente. Não precisa calcular a integral.

(a) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^5+3x+1}dx$
(b) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{x^2+1}{x^3+1}dx$
(c) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx$
(d) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\cos(5x)}{x^5}dx$
(e) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\cos(2x)}{x}dx$
(f) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^5+3x+1}dx$
(g) $\displaystyle\int_4^{+\infty} \frac{2x-3}{x^3-3x^2+1}dx$
(h) $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-x}\cos(\sqrt{x})dx$
(i) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{xe^{-x}}{\sqrt{x^2+x+1}}dx$
(j) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{2+e^{-x}}{x}dx$
(k) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^4-x}}dx$
(l) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{2+e^x}dx$
(m) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\sec^2 x}{x\sqrt{x}}dx$
(n) $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\sqrt{x}}dx$
(o) $\displaystyle\int_2^{3} \frac{1}{\sqrt{3-x}}dx$
(p) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$
(q) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$
(r) $\displaystyle\int_{2\pi}^{+\infty} \operatorname{sen} x dx$

2. Esboce a região e encontre a sua área (se a área for finita)

(a) $S = \{(x,y); x \geq -2, 0 \leq y \leq e^{-\frac{x}{2}}\}$
(b) $S = \{(x,y); 0 \leq x < \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \sec^2 x\}$
(c) $S = \{(x,y); -2 < x \leq 0, 0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{x+2}}\}$
(d) $S = \{(x,y); -1 \leq x < 0, \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^3} \leq y \leq 0\}$

3. Encontre os valores de p para os quais a integral converge e calcule a integral para estes valores de p

(a) $\displaystyle\int_0^1 x^p \ln x dx$
(b) $\displaystyle\int_e^{+\infty} \frac{1}{(\ln x)^p}dx$

4. Mostre que $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-x^2}dx = \int_0^1 \sqrt{-\ln y}\, dy$ interpretando as integrais como áreas.

5. Mostre que $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^2}dx = \frac{1}{2}\int_0^{+\infty} e^{-x^2}dx$.

6. Calcule o valor da constante C para a qual a integral

$$\int_0^{+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{C}{x+2} \right) dx$$

converge. Calcule a integral para esse valor de C.