

## Lista 2 de Equações Diferenciais

(Solução de equações diferenciais por séries de potências)

Professor Javier Solano

1. Reescreva as séries de potências dadas cujo termo geral envolve o termo  $x^k$

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} n c_n x^{n+2} \quad (b) \sum_{n=3}^{\infty} (2n-1) c_n x^{n-3}$$

2. Reescreva a expressão dada como uma simples série de potências cujo termo geral envolve o termo  $x^k$

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} 2n c_n x^{n-1} + \sum_{n=0}^{\infty} 6c_n x^{n+1}$$

$$(b) \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) c_n x^n + 2 \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2} + 3 \sum_{n=1}^{\infty} n c_n x^n$$

3. Determine a função que é representada por cada série

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n+1}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} n x^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) x^n$$

$$(e) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{16^{n+1}} x^{2n+1}$$

$$(f) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} 2^n x^{2n}$$

4. Verifique substituindo diretamente que a série de potências dada é uma solução particular da equação diferencial indicada

$$(a) y = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} x^n, (x+1)y'' + y' = 0$$

$$(b) y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n}((n!)^2)} x^{2n}, xy'' + y' + xy = 0$$

5. Determine um mínimo para o raio de convergência da solução em série de potências ao redor de  $x_0$  das seguintes equações

$$(a) y'' + 2y' + xy = 0, x_0 = 1, x_0 = 4$$

$$(b) (x^2 - 2x - 3)y'' + xy' + 2y = 0, x_0 = 4, x_0 = -4$$

(c)  $(x^2 - 25)y'' + 2xy' + y = 0$ ,  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 1$

(d)  $(x^2 + 1)y'' + 2xy' + y = 0$ ,  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 2$

Todos os exercícios a seguir são do livro *Equações Diferenciais, vol. 1*, Zill D, Cullen M, 3ª edição

**Seção 6.2:** 3, 5, 10, 13, 15, 19, 20, 24

**Seção 6.3:** 5, 9, 17, 20, 21

**Seção 6.4:** 1, 3, 7, 11, 13, 23, 27, 35, 37

**Revisão Capítulo 6:** 1, 5, 6, 7-11, 13, 15, 19, 21, 23

### Respostas

1. (a)  $\sum_{k=3}^{\infty} (k-2)c_{k-2}x^k$

2. (a)  $2c_1 + \sum_{k=1}^{\infty} (2(k+1)c_{k+1} + 6c_{k-1})x^k$

3. (a)  $\frac{x}{1-x^2}$ ; (b)  $-\ln|1-x|$ ; (c)  $\frac{x}{(1-x)^2}$ ; (d)  $\frac{2x}{(1-x)^3}$ ; (e)  $\frac{x}{x^2+16}$ ; (f)  $\cos(\sqrt{2}x)$

5. (a)  $R = \infty$ ,  $R = \infty$ ; (b)  $R = 1$ ,  $R = 3$ ; (c)  $R = 5$ ,  $R = 4$ ; (d)  $R = 1$ ,  $R = \sqrt{5}$