

Exercícios Aula 29 e 31 de outubro

Professor Javier Solano

Máximos e mínimos de funções de várias variáveis.

1. Estude a função dada com relação ao máximo e mínimo no conjunto dado
 - (a) $f(x, y) = xy$ em $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 5\}$
 - (b) $f(x, y) = y^2 - x^2$ em $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 4\}$
2. Determine (x, y) com $x^2 + 4y^2 \leq 1$, que maximiza a soma $2x + y$.
3. Estude com relação a máximos e mínimos a função dada com as restrições dadas
 - (a) $f(x, y) = 3x + 2y$ e $x^2 + y^2 = 1$
 - (b) $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ e $3x + y = 1$
 - (c) $f(x, y, z) = x + 2y + z$ e $x^2 + 2y^2 + z^2 = 4$.
4. Determine o ponto da reta $x + 2y = 1$ cujo produto das coordenadas seja máximo.
5. Determine as dimensões do paralelepípedo retângulo de volume máximo e faces paralelas aos planos coordenados que pode ser inscrito no elipsoide $16x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 144$.

Respostas

1. (a) Valor mínimo é 0, atingido nos pontos $(0, y)$, $0 \leq y \leq 5$ e $(x, 0)$, $0 \leq x \leq 5/2$. Valor máximo é $25/8$ atingido em $(5/4, 5/2)$.
(b) Valor máximo e mínimo na fronteira de A . Valor máximo é 4 nos pontos $(0, 2)$ e $(0, -2)$. Valor mínimo é -4, nos pontos $(2, 0)$ e $(-2, 0)$.
2. $(4\sqrt{17}/17, \sqrt{17}/34)$ (*Dica:* use a função $g(x) = f(x, 1/2\sqrt{1-x^2})$, $-1 \leq x \leq 1$).
3. (a) $(3\sqrt{13}/13, 2\sqrt{13}/13)$ é ponto de máximo e $(-3\sqrt{13}/13, -2\sqrt{13}/13)$ é ponto de mínimo.
(b) $(6/19, 1/19)$ é ponto de mínimo.
(c) Valor máximo é 4, sendo atingido em $(1, 1, 1)$. Valor mínimo é -4, sendo atingido em $(-1, -1, -1)$.
4. $(1/2, 1/4)$.
5. $x = \sqrt{3}, y = 2\sqrt{3}, z = 4\sqrt{3}/3$.