Lista 5 de Cálculo II-B

Professor Javier Solano

Derivadas direcionais. Relaçaõ de gradiente e conjuntos de nível. Gradiente como direção de maior crescimento.

Todos os exercícios a seguir são do livro *Cálculo B, Funções de várias variáveis, integrais múltiplas, integrais curvilíneas e de superfície*, Mirian Buss Gonçalves e Diva Marília Flemming, 2ª edição.

Seção 6.6:
1(a, c), 5, 6, 7, 10, 15, 28(c, d), 30, 38, 40, 42, 45, 49, 52(a, c), 55, 57, 60-64.

Exercícios adicionais

1. A imagem da curva $\gamma(t)$ está contida na interseção da superfície cilindrica $x^2 + y^2 = 2$ com a superfície esfêrica $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Suponha que $\gamma(t_0) = (1, 1, 1)$ e $\gamma'(t_0) \neq 0$.
   (a) Determine a reta tangente a γ em $\gamma(t_0)$.
   (b) Determine uma curva satisfazendo estas condições.
2. Determine um plano que passe pelos pontos $(5, 0, 1)$ e $(1, 0, 3)$ e que seja tangente à superfície $x^2 + 2y^2 + z^2 = 7$.
3. Seja $f(x, y) = xy$. Determine a reta tangente ao gráfico de f, no ponto $(1, 2, f(1, 2))$, que forma com o plano xy ângulo máximo.
4. Seja $f(x, y) = xy$. Determine uma parametrização para a trajetória descrita por um ponto P que se desloca, a partir do ponto $(1, 2)$, sempre na direção e sentido de máximo crescimento de f.
5. Admita que o gráfico de $z = xy$ represente uma superfície própria para a prática do esqui. Admita, ainda, que um esquiador deslize pela superfície sempre na direção de maior declive. Se ele parte do ponto $(1, 2, 2)$, em que ponto ele tocará o plano xy?

Respostas

1. (a) $(x, y, z) = (1, 1, 1) + \lambda(1, -1, 0)$, $\lambda \in \mathbb{R}$; (b) $\gamma(t) = (\sqrt{2}\cos t, \sqrt{2}\operatorname{sen} t, 1)$.
2. $x - 2y + 2z = 7$ ou $x + 2y + 2z = 7$
3. $\nabla f(1, 2) = (2, 1)$. Seja $\gamma(t) = (1 + 2t, 2 + t, f(1 + 2t, 2 + t))$. A tangente em $\gamma(0) = (1, 2, f(1, 2))$ é a reta procurada: $(x, y, z) = (1, 2, 2) + \lambda(2, 1, 5)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
4. $\gamma(t) = (t, \sqrt{t^2 + 3})$, $t \geq 1$.
5. $(0, \sqrt{3})$ (*Dica:* Use a solução do problema anterior.)