Questão	Valor	Nota
1ª	2,0	
2ª	2,0	
3ª	2,5	
4ª	2,5	
5ª	1,0	
Total	**10**	

2ª Verificação Escolar de Equações Diferenciais
GMA 00112 - Turma C1 - 02/07/2019

Prof. Javier Solano

Nome: ____________________________________

Instruções: A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h50min.
O uso do celular para qualquer motivo está proibido. Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.
As respostas sem justificação serão desconsideradas.

1. Calcule

   (a) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{e^{-2s}}{s^2+2s+10}\right\}$ (b) $\mathcal{L}\left\{\int_0^t e^{9\tau}\tau\,\mathrm{sen}(\tau)dx\right\}$

2. Seja $y(t)$ solução do problema de valor inicial
$$y''-2y'+y=f(t),\ y(0)=0\ \text{ e } y'(0)=0.$$
Suponha que $\displaystyle\int_0^t y(t-\tau)\tau e^{\tau}d\tau = e^t t^6$. Determine a função $f(t)$.

3. Determine a solução do problema de valor inicial
$$\begin{cases} y''-3y'+2y=g(t)\ , \\ y(0)=0, \quad y'(0)=0\ , \end{cases} \qquad \text{onde} \qquad g(t)=\begin{cases} 0 & \text{se} \quad 0\le t<1, \\ 2e^{2t} & \text{se} \quad t\ge 1, \end{cases}$$

4. Considere a matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

   (a) Determine e^{tA} e a solução do PVI $X'=AX$, $X(0)=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

   (b) Existem constantes a e b tais que a solução X_1 do problema de valor inicial $X'=AX$, $X(0)=\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ satisfaz $\lim_{t\to+\infty} X_1(t)=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$? Caso existam, determine todas as possíveis constantes.

5. Sejam $X_1(t)=\begin{pmatrix} \cos t \\ -\mathrm{sen}\, t \end{pmatrix}$, $X_2(t)=\begin{pmatrix} \mathrm{sen}\, t \\ \cos t \end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. Assuma que $X_1(t)$ e $X_2(t)$ são soluções do sistema $X'=AX$. Encontre a solução geral do sistema
$$X'=AX+\begin{pmatrix} 0 \\ \sec t \end{pmatrix}$$

Tabela de Transformadas de Laplace

$f(t)$	$\mathcal{L}(f)$
t^n	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$ $(n=0,1,\ldots)$
$\sin at$, $\cos at$	$\dfrac{a}{s^2+a^2}$, $\dfrac{s}{s^2+a^2}$
$\sinh at$, $\cosh at$	$\dfrac{a}{s^2-a^2}$, $\dfrac{s}{s^2-a^2}$

Tabela de Propriedades

$\mathcal{L}(f(t))=F(s)$ e $\mathcal{L}(g(t))=G(s)$
$\mathcal{L}\left(e^{at}f(t)\right)=F(s-a)$
$\mathcal{L}\left(\mathcal{U}(t-a)f(t-a)\right)=e^{-as}F(s)$
$\mathcal{L}\left(f'(t)\right)=s\mathcal{L}(f)-f(0)$
$\mathcal{L}\left(t^n f(t)\right)=(-1)^n\dfrac{d^n}{ds}F(s)$
$\mathcal{L}\left((f*g)(t)\right)=F(s)G(s)$

onde
$$\mathcal{U}(t-a)=\begin{cases} 0 & 0\le t<a \\ 1 & t\ge a \end{cases}, \qquad f*g(t)=\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)\ d\tau$$