

Nome:

11/05/2015

Questão 1: (2,0pts) i) Calcule o sinal e a ordem da permutação

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 8 & 1 & 4 & 6 & 5 & 9 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

ii) Encontre uma permutação σ tal que $\alpha' = \sigma\alpha\sigma^{-1}$ onde $\alpha = (123)(45)$ e $\alpha' = (254)(13)$

Questão 2: (2,0pts)

a) Mostre que S_n existem $\frac{1}{r} \frac{n!}{(n-r)!}$ r -ciclos distintos.

b) Use este fato para calcular todos os conjugados de (1234) em S_5 .

Questão 3: (3,0pts) Faça os itens abaixo:

a) Um subgrupo H de G é um dito característico se para todo automorfismo $f : G \rightarrow G$ temos que $f(H) \subset H$. Prove que todo subgrupo característico é um subgrupo normal de G .

b) Encontre todos os automorfismos de \mathbb{Z}_{16} .

Questão 4: (2,0pts) Dados $a, b \in \mathbb{R}$ com $a \neq 0$, defina

$$\begin{aligned} \tau_{a,b} : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto ax + b \end{aligned}$$

Seja $G = \{\tau_{ab} | a \neq 0, b \in \mathbb{R}\}$. Mostre que G é um grupo com a operação de composição de funções. Considere $K = \{\tau_{ab} | a = 1, b \in \mathbb{R}\}$ e prove que é um subgrupo normal de G .

Questão 5: (1,0pts) Encontre as classe de conjugação do grupo A_4 .

Boa Prova!