

Nome:

02/12/2014

Questão 1: (2,0pts) a) Mostre que o polinômio $f(x) = 5x^4 - 24x^3 + 3x^2 + 12x - 6$ é irreduzível sobre $\mathbb{Q}[x]$.

b) Considere o polinômio $f(x) = 4x^3 + 11x^2 + 45x - 12 \in \mathbb{Z}[x]$. Encontre a decomposição de $f(x)$ sobre \mathbb{Q} , \mathbb{R} e \mathbb{C} .

Questão 2: (1,5pts) Calcule os polinômios mônicos irreduzíveis em $\mathbb{Z}_3[x]$ de grau 2 e 3.

Questão 3: (2,0pts) Se p é um número primo, mostre que, em $\mathbb{Z}_p[x]$,

$$x^p - x = \prod_{i=0}^{p-1} (x - i).$$

Questão 4: (2,0pts) Calcule α e $\beta \in \mathbb{Z}[i]$ tal que

$$\text{MDC}(w, z) = \alpha w + \beta z,$$

onde $w = -9 + 17i$ e $z = 2 + 4i$.

Questão 5: (2,5pts) Se d é um inteiro positivo, então o d -ésimo polinômio Ciclotômico é definido por

$$\phi_d(x) = \prod (x - \xi),$$

onde ξ corre sobre todas as d -ésimas raízes primitivas da unidade. Calcule $\phi_d(x)$ para $1 \leq d \leq 9$.

Boa Prova!