Universidade Federal Fluminense – UFF
Departamento de Análise – GAN
2^a *Prova – Álgebra Linear II – 09/12/2009*

Nome(a):____

1ª Questão Seja o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ com o produto interno usual e $\alpha = \{(1,1,1),(0,1,1),(0,0,1)\}$ uma base de $\mathbb{R}^3$. Determine a partir de α uma base ortonormal de $\mathbb{R}^3$.

2ª Questão Seja $\mathbb{R}^4$ com produto interno usual e $W \subset \mathbb{R}^4$ um subespaço gerado pelos vetores $(1,0,1,0)$ e $(1,1,0,0)$. Determine uma base para $W^{\perp}$.

3ª Questão Suponha que T é normal. Mostre que:

(a) T é hermitiano então seus autovalores são reais;

(b) T é unitário então seus autovalores possuem valor absoluto igual a 1;

(c) T é positivo então os autovalores são números reais não-negativos;

4ª Questão Seja $T : V \to V$ um operador normal e V é um espaço vetorial complexo. Mostre que:

(i) $T(v) = 0 \Leftrightarrow T^*(v) = 0$;

(ii) $T - \lambda I$ é normal;

(iii) Se $T(v) = \delta_1 v$ e $T(w) = \delta_2 w$ com $\delta_1 \neq \delta_2$ então $\langle v, w \rangle = 0$.

Boa Prova !!!