Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática
VS de Álgebra II - GAN00156 - Turma B1

Nome:____

8/7/2015

Questão 1: (2,5pts) a) Verifique e justifique que: $f(x) = x^6 - 4x^5 + 2x - 6$, $g(x) = x^3 + 8x^2 + 3x + 9$ são irredutíveis sobre $\mathbb{Q}[x]$
b) Prove o resultado: Seja $g(x) \in \mathbb{Z}[x]$. Se existe $c \in \mathbb{Z}$ tal que $g(x+c)$ é irredutível em $\mathbb{Z}[x]$, então g é irredutível em $\mathbb{Q}[x]$. Use o resultado para provar que se p é um número primo, $f(x) = x^p - 1$ é irredutível se em $\mathbb{Q}[x]$.

Questão 2: (2,5pts) a) Encontre uma permutação $\sigma \in S_8$ tal que $\beta = \sigma\alpha\sigma^{-1}$ onde $\alpha = (12)(34)(57)(58)$ e $\beta = (18)(23)(456)$
b) Determine se as permutações são pares ou ímpares:

$$(126345)(14)(123)(45) \text{ e } (12)(137)(1724)(25).$$

Questão 3: (1,5pts) Calcule os polinômios mônicos irredutíveis em $\mathbb{Z}_2[x]$ de grau 4 e 5.

---

r

Questão 4: (2,0pts) Calcule α e $\beta \in \mathbb{Z}[i]$ tal que

$$\text{MDC}(w, z) = \alpha w + \beta z,$$

onde $w = -13 + 74i$ e $z = 6 + 12i$.

Questão 5: (1,5pts) Seja $(G, \cdot)$ um grupo e fixe $a \in G$. Considere

$$N(a) = \{x \in G : ax = xa\}.$$

Mostre que $N(a)$ é um subgrupo de G. Como $N(a)$ é formado por todos os elementos que comutam com a é verdade que $N(a)$ é um subgrupo normal de G.

Boa Prova!