Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática
P1 de Álgebra II - GAN00156 - Turma B1

Nome:____

08/06/2016

Questão 1: (2,0pts) i) Calcule o sinal e a ordem da permutação

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 1 & 2 & 3 & 5 & 9 & 4 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

ii) Encontre uma permutação σ tal que $\alpha' = \sigma\alpha\sigma^{-1}$ onde $\alpha = (476)(12)$ e $\alpha' = (354)(67)$

Questão 2: (2,0pts)
a) Mostre que S_n existem $\frac{1}{r}\frac{n!}{(n-r)!}$ r-ciclos distintos.
b) Use este fato para calcular todos os conjugados de $(12)(345)$ em S_5.

Questão 3: (2,0pts) Faça os itens abaixo:
a) Seja $f : G \mapsto K$ um homomorfismo de grupos. Prove que $\ker(f)$ é um subgrupo normal de G.
b) Seja $(G, \cdot)$ um grupo e H um subgrupo de G tal que $(G : H) = 2$. Mostre que H é normal em G.

Questão 4: (3,0pts) Seja $G = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} : a, b, c, d \in \frac{\mathbb{Z}}{3\mathbb{Z}} \text{ e } ad - bc \neq 0 \right\}$. Se G com a multiplicação usual de matrizes é um grupo.

(a) Calcule a sua ordem.

(b) Calcule a ordem do elemento $A = \begin{bmatrix} \bar{1} & \bar{2} \\ \bar{0} & \bar{1} \end{bmatrix}$.

(c) G é um grupo cíclico?

Questão 5: (1,0pts) Seja $G = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} : a, b, d \in \mathbb{R} \text{ e } ad \neq 0 \right\}$, com a operação de multiplicação de matrizes. Seja $N = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} : b \in \mathbb{R} \right\}$. Mostre que N é um subgrupo normal de G e que G/N é abeliano.

Boa Prova!