Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática
P1 de Álgebra Linear - GAN00140

Nome(a):____

08/06/2016

1. [20*pts*] Considere os vetores $v_1 = (1, -5, -4, 2)$, $v_2 = (1, 1, -1, 5)$, $v_3 = (2, -4, -5, 7)$ e $v_4 = (1, -7, -5, 1)$ de $\mathbb{R}^4$.

   (a) Verifique se o vetor $u \in \text{Span}\,\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ quando: (A) $u = (1, -3, -3, 3)$, (B) $u = (1, 4, -5, 1)$.

   (b) Considere a matriz A onde as linhas são os vetores v_1, v_2, v_3 e v_4. Calcule $\det(A)$.

2. [20*pts*] Em cada item determine se a proposição é falsa ou verdadeira e justifique com uma demonstração ou um contra-exemplo.

   [05] a) O conjunto S dos vetores (x, y) de $\mathbb{R}^2$ tais que $x + ky = 0$, com $k \neq 0$. Então S é um subespaço de $\mathbb{R}^2$.

   [05] b) Se $V = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} : a, b, c, d \in \mathbb{R} \text{ e } b = 2 + c \right\}$, então V é um subespaço vetorial de M_2.

   [05] c) Os polinômios $p_1(x) = x$, $p_2(x) = x - 2$ e $p_3(x) = x(x - 2)$ são vetores linearmente independente no espaço de todos os polinômios de grau menor ou igual a 2.

   [05] d) Se A é uma matriz 5×7 não identicamente nula, então o posto de A é 2, 3, 4 ou 5.

3. [20*pts*] a) Seja $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ e suponha que $\det(A) = -7$. Calcule:

   a) $\det \begin{bmatrix} a & b & c \\ 2d & 2e & 2f \\ g + 3a & h + 3b & i + 3c \end{bmatrix}$ b) $\det \begin{bmatrix} -3a & -3b & -3c \\ d & e & f \\ g - 4d & h - 4e & i - 4f \end{bmatrix}$

   c) $\det((2A)^{-1})$ d) $\det \begin{bmatrix} a & g & d \\ b & h & e \\ c & i & f \end{bmatrix}$

   b) Encontre a área do triângulo de vértices $(3, 3)$, $(4, 0)$ e $(-2, -1)$.

4. [16*pts*] Seja $\alpha = \{(2, 3), (1, 2)\}$ e $\beta = \{(1, 0, -1), (0, 1, 1), (1, 2, 0)\}$ e $[T]_\alpha^\beta = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$. Ache T.

5. [24*pts*] Determine $T : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ que é uma reflexão em torno da reta determinada por $v = (1, 2)$.

Boa Prova!!