

Nome(a):

01/08/2016

1. [19pts] Resolva o sistema abaixo. Diga se o sistema é determinado ou não; se não for diga qual a dimensão da solução. Escreva a solução na forma paramétrica.

$$\begin{cases} x & -y & +2z & -w & = & -1 \\ 2x & +y & -2z & -2w & = & -2 \\ -x & +2y & -4z & +w & = & 1 \\ 3x & & & -3w & = & -3 \end{cases}$$

2. [30pts] Considere os operadores $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definido por

$$T(x, y, z) = (2x + y + z, x + 2y + z, x + y + 2z).$$

a) Calcule os seus autovalores e autovetores. b) Encontre uma base β ortonormal do \mathbb{R}^3 formado por autovetores de T . Calcule as matrizes mudanças de base entre as bases canônica e β . c) Calcule T^{10} .

3. [15pts] Calcule a fórmula da Reflexão $S : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ em torno da reta $2x - 4y = 0$.

4. [18pts] Seja $U \text{Span} \{u_1, u_2, u_3\} \subset \mathbb{R}^4$ onde $u_1 = (1, 2, 1, 0)$, $u_2 = (2, 2, 0, 2)$ e $u_3 = (0, 3, 0, 3)$. Aplique o algoritmo de Gram-Schmidt para encontrar uma base ortogonal para U . Calcule a distância de $v = (5, 4, -4, 0)$ até U .

5. [18pts] Verifique que vale a seguinte identidade

$$\det \begin{bmatrix} \frac{1}{a+x} & \frac{1}{a+y} & 1 \\ \frac{1}{b+x} & \frac{1}{b+y} & 1 \\ \frac{1}{c+x} & \frac{1}{c+y} & 1 \end{bmatrix} = \frac{(a-b)(b-c)(a-c)(x-y)}{(a+x)(b+x)(c+x)(a+y)(b+y)(c+y)}$$

Boa Prova!!!