Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática
P1 de Álgebra Linear - GAN00140

Nome(a):____

09/05/2017

1. [18*pts*] Resolva por escalonamento o sistema abaixo e dê as soluções na forma paramétrica
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 &= 1 \\ 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 - x_4 + 6x_5 &= 4 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 5x_4 + 2x_5 &= 8 \end{cases}$$

2. [20*pts*] Em cada item determine se a proposição é falsa ou verdadeira e justifique com uma demonstração ou um contra-exemplo.

   a) O conjunto S dos vetores (x, y) de $\mathbb{R}^2$ tais que $x + ky = 0$, com $k \neq 0$. Então S é um subespaço de $\mathbb{R}^2$.

   b) Se $V = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} : a, b, c, d \in \mathbb{R} \text{ e } a = 2 + d \right\}$, então V é um subespaço vetorial de M_2.

   c) Os polinômios $p_1(x) = x$, $p_2(x) = x - 3$ e $p_3(x) = x(x - 4)$ são vetores linearmente independente no espaço de todos os polinômios de grau menor ou igual a 2.

   d) Se A é uma matriz 5×7 não identicamente nula, então o posto de A pode ser 6.

3. [18*pts*] Sejam $U = \text{Span}\,\{(1, -2, 0, 0), (0, 0, 1, 2), (3, -6, -1, -2)\}$ e $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 2x + y - t = 0 \text{ e } z = 0\}$. Encontre uma base para:

   a) $U \cap W$;

   b) $U + W$.

4. [22*pts*] Seja $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ e $T : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ uma transformação linear tal que $T(1, 1, 1) = (3, -3, 3)$, $T(1, 1, 0) = (2, -3, 3)$ e $T(1, 0, 0) = (0, 1, 3)$. Determine:

   a) A matriz de $A = [T]^{\alpha}_{\alpha}$;

   b) A fórmula de $T(x, y, z)$;

   c) Calcule $\det(A)$ por escalonamento.

5. [22*pts*] Determine $T : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ que é uma reflexão em torno da reta determinada por $v = (2, 3)$.

Boa Prova!!