Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática e Estatística – IME
Professor: Jones Colombo

2^a *Prova de Álgebra Linear II*

Nome(a):____

04/07/2017

1. $[2,0pts]$ Seja V o espaço das matrizes 4×4 sobre os reais munido com o produto interno $\langle A, B\rangle = \operatorname{tr}(B^t A)$. Encontre o complemento ortogonal do subespaço das matrizes diagonais.

2. $[3,0pts]$ Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ dada por

$$T(x, y, z) = (x + 2y + 3z, x + 2y + z, -x + z, -x - z).$$

   a) [0,6] Encontre uma base para $W = \operatorname{Im}(T)$ (a imagem de T).

   b) [1,2] Seja $v = (19, -3, -6, 2)$. Encontre $u \in W$ que esta a menor distância de v.

   c) [0,6] Resolva o sistema $T(x, y, z) = u$.

   d) [0,6] Se $v' = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$. Calcule $\operatorname{proj}_W v'$.

3. $[2,5pts]$ Identifique a quádrica abaixo e determine as direções de seus eixos

$$x^2 - 10xy + y^2 - 10x + 2y + 13 = 0.$$

4. $[2,5pts]$ Seja $u = (\cos\theta, \operatorname{sen}\theta) \in \mathbb{R}^2$ calcule a matriz da projeção ortogonal proj_u na base canônica e depois a matriz de $H_u = I - 2\operatorname{proj}_u$. Sem fazer contas, você sabe quais são os autovalores e autovetores de H_u?

Boa Prova!