Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática
VR de Álgebra Linear II

Nome(a):____

11/7/2017

1. $[2,0pts]$ Em cada item determine se a proposição é verdadeira ou falsa e justifique com uma demonstração ou um contra-exemplo.

   a) Se o conjunto $\{v_1, v_2, v_3\}$ é L.D., então algum dos três vetores é múltiplo de algum outro.

   b) Se A e B são matrizes invertíveis, então $A + B$ também é invertível.

   c) Seja $B = \{v_1, v_2, \ldots, v_m\}$ uma base do subespaço V de $\mathbb{R}^n$. Se $w \in \mathbb{R}^n$ é ortogonal a cada vetor da base B, então $w \in V^\perp$ (isto é, w é ortogonal a qualquer vetor de V).

   d) Se $A_{4\times 4}$ é uma matriz ortogonal, então $4A$ também é uma matriz ortogonal.

2. $[2,0pts]$ Encontre a mudança de coordenadas na qual a quadrática abaixo se torna uma soma/subtração de quadrados. Além disso, faça um esboço dos novos eixos e da quádrica
$$16x^2 + 24xy + 9y^2 + 60x - 80y + 100 = 0.$$

3. $[2,0pts]$ Considere a função $T : \mathcal{P}_2 \to \mathcal{P}_2$ definida por
$$T(p(x)) = p(1 - x)$$

   a) Verifique que T é um operador linear;

   b) Determine a matriz de T com respeito à base $\beta = \{1, x, x^2\}$;

   c) Este operador é diagonalizável? Se o for encontre uma base de autovetores e a matriz de mudança de coordenadas.

4. $[2,5pts]$ Seja V um espaço vetorial de dimensão finita com produto interno e $P : V \to V$ o operador de projeção ortogonal de V sobre o subespaço W. Mostre que o operador $I - P$ é idempotente e que é operador de projeção ortogonal de V sobre $W^\perp$.

5. $[1,5pts]$ Encontre uma base ortogonal do subespaço vetorial $W \subset \mathbb{C}^3$ gerado por $v_1 = (1, i, 0)$ e $v_2 = (1, 2, 1 - i)$.

Boa Prova!