Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática
VS de Álgebra Linear II

Nome(a):____

13/7/2017

1. $[3,0pts]$ Sejam A e B matrizes 2×2 com coeficientes reais. Define-se

$$\langle A, B\rangle = \operatorname{tr}\left(B^t A\right).$$

   a) prove que o produto acima é um produto interno;

   b) Seja $W = \operatorname{span}\left\{\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}\right\}$. Encontre o vetor $v \in W$ que esta mais próximo de $\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$.

2. $[2,0pts]$ Encontre a mudança de coordenadas na qual a quadrática abaixo se torna uma soma/subtração de quadrados. Além disso, faça um esboço dos novos eixos e da quádrica

$$2x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x - 10y + 11 = 0.$$

3. $[2,0pts]$ Dada a matriz $A = \begin{bmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & b & c\\ 0 & c & b\end{bmatrix}$. Sabendo que a é um autovalor encontre os outros e determine os seus autovetores.

4. $[3,0pts]$ Encontre uma matriz autoadjunta A que tem autovalores 2 e 3 e o autovetor associado ao 2 é $(1,2)$. Agora determine outra matriz B tal que $B^2 = A$.

QUESTÃO EXTRA Considere $\mathbb{R}^2$ munido do produto interno $\langle (x_1,y_1),(x_2,y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - y_1x_2 + y_1y_2$ e $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definido por $(x,y) \mapsto (2x, -x+3y)$. Verifique que este operador linear é autoadjunto.

Boa Prova!