Universidade Federal Fluminense

VS de Álgebra Linear Aplicada

Prof. Jones Colombo

Aluno(a):____

19/12/2011

1. (2,0 pts) Calcule o $\det(A), \det(A^{-1})$ e o $\det(A^t)$ onde

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -3 & -2 \\ -2 & -3 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -6 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

2. (3,0 pts)Seja $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$, definida por $T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2x_1 - x_2 + \frac{4}{3}x_3 - x_4 \\ x_1 + \frac{2}{3}x_3 - x_5 \\ 9x_1 - 3x_2 + 6x_3 - 3x_4 - 3x_5 \end{bmatrix}$.

   a) (0,5) Determine $[T]$, a matriz de T com relação às bases canônicas.

   b) (1,0) Determine o núcleo de T.

   c) (1,0) Encontre uma base para a imagem de T.

   d) (0,5) Encontre todos os $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^5$ tal que $T(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 18 \end{bmatrix}$.

3. (3,0 pts) Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por $T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 4x + y - z \\ 2x + 5y - 2z \\ x + y + 2z \end{bmatrix}$.

   (a) (1,0) Sabendo-se que $\lambda_1 = 3$ e $\lambda_2 = 5$ são autovalores de T, encontre bases para os autoespaços de associados a 3 e 5;

   (b) (2,0) T é diagonalizável? Justifique a resposta, em caso afirmativo, determine as matrizes P de mudança de base e D diagonal tais que $D = P^{-1}AP$, onde A é a matriz do operador T na base canônica.

4. (2,0 pts) Seja $U \subset \mathbb{R}^4$ o subespaço vetorial gerado por $u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $u_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ e $u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ -8 \\ 5 \end{bmatrix}$. Considere o vetor $v = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ -7 \\ -7 \end{bmatrix}$ e determine o vetor $u \in U$ que é a projeção ortogonal de v sobre o subespaço U.

Boa Prova!!!