

uff Universidade Federal Fluminense
 EGM - Instituto de Matemática
 GMA - Departamento de Matemática Aplicada

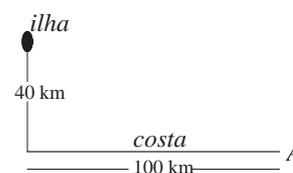
LISTA 16 - 2009-1

Problemas de otimização

- Quais são as dimensões do retângulo de maior área que pode ser inscrito em um semi-círculo de raio r ?
- Uma página deve conter 60 cm^2 de área impressa. As margens superior e inferior devem ter 3 cm, enquanto as laterais têm 2 cm cada. Encontre as dimensões da página que consomem a menor quantidade de papel.
- Constrói-se uma janela normanda colocando-se um semicírculo em cima de uma janela retangular (figura ao lado). Encontre as dimensões da janela de área máxima, sabendo-se que seu perímetro é de 5 m.



- Uma ilha situada a 40 km da costa deve ter um serviço de barcos para uma cidade **A** (figura ao lado). Se os barcos têm velocidade média de 15 km/h e os carros uma velocidade média de 45 km/h, onde deverá estar situada a estação de barcos na costa, a fim de tornar a via a mais rápida possível?



- Considere os triângulos retângulos no 1º. quadrante, cada um com seus lados apoiados nos eixos coordenados e em uma reta que contém o ponto $(2, 3)$. Encontre o triângulo de área mínima.
- Encontre as dimensões do cone circular de maior volume que pode ser inscrito em uma esfera de raio r . Calcule o volume desse cone.
- Um oleoduto tem a forma da curva $y = 1 - x^2$ com $0 \leq x \leq 1$, x e y medidos em quilômetros. Será construída uma cerca tangente à curva $y = 1 - x^2$ no ponto $P \neq (0, 1)$. Determine as coordenadas do ponto P de modo que a área da região triangular formada pela cerca e pelos eixos seja mínima.
- Se um objeto dista x unidades de um foco de intensidade luminosa constante I , a luminosidade do objeto é igual a I/x^2 . Dois focos, F_1 e F_2 de intensidades I_1 e I_2 , respectivamente, encontram-se separados por d unidades. Em que ponto do segmento de reta que liga F_1 a F_2 , a luminosidade é mínima? Qual deve ser a razão entre I_1 e I_2 para que o ponto de luminosidade mínima entre os dois focos esteja a uma distância de $d/3$ unidades da fonte de luminosidade I_1 ?
- Um quadro de altura H está pendurado em uma parede vertical de modo que sua borda inferior está a uma altura h do raio de visão horizontal de um observador. A que distância da parede deve colocar-se o observador para que a sua posição seja a mais vantajosa para contemplar o quadro, isto é, para que o ângulo de visão seja máximo?
- Um fabricante produz por semana x toneladas de um certo produto. O preço de venda é de p unidades monetárias por tonelada do produto e está relacionado com x por $5x = 375 - 3p, p \geq 0$. O custo de produção é de $C(x) = 500 + 15x + \frac{x^2}{6}$ unidades monetárias. Determine x para que o lucro (=venda-custo) seja máximo. Determine, também, o lucro máximo.

RESPOSTAS

- Base (no diâmetro) = $r\sqrt{2}$ e altura = $r\sqrt{2}/2$. 2. São $6 + 3\sqrt{10} \cong 15,49$ cm e $4 + 2\sqrt{10} \cong 10,32$ cm.
- Retângulo: base = $\frac{10}{\pi + 4} \cong 1,4$ m, altura = $\frac{5}{\pi + 4} \cong 0,7$ m. 4. À $100 - 10\sqrt{2} \cong 85,86$ km de **A**.
- Vértices: $(0, 0)$; $(4, 0)$; $(0, 6)$. 6. Raio = $\frac{2\sqrt{2}}{3}r$, altura = $\frac{4}{3}r$, volume = $\frac{32\pi}{81}r^3$.
- Distância do ponto a F_1 é $\frac{\sqrt[3]{I_1} d}{\sqrt[3]{I_1} + \sqrt[3]{I_2}}$, razão = 8. 8. $P = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{2}{3}\right)$.
- Distância = $\sqrt{hH + h^2}$. 10. $x = 30$ toneladas e lucro = 1150 unidades monetárias.