Universidade Federal Fluminense
EGM - Instituto de Matemática
GMA - Departamento de Matemática Aplicada

LISTA 18 - 2009-1
Integral definida
Teorema Fundamental do Cálculo
Área de regiões planas

Calcule as integrais dos exercícios 1. a 10.

1. $\displaystyle\int_{-1}^{1}\left((\sqrt[3]{t})^2-2\right)dt$

2. $\displaystyle\int_{0}^{1}\frac{x-\sqrt{x}}{3}\,dx$

3. $\displaystyle\int_{1}^{3}\left(\frac{3}{x^2}-1\right)dx$

4. $\displaystyle\int_{1}^{2}\sqrt{\frac{2}{x}}\,dx$

5. $\displaystyle\int_{0}^{2}(2-s)\sqrt{s}\,ds$

6. $\displaystyle\int_{-1}^{1}|x|\,dx$

7. $\displaystyle\int_{0}^{4}\left|x^2-4x+3\right|dx$

8. $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\cos^3 x\,dx$

9. $\displaystyle\int_{2}^{3}\frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$

10. $\displaystyle\int_{0}^{\frac{1}{2}}\frac{x}{\sqrt{1-x^4}}\,dx$

Derive as funções dos exercícios 11. a 15.

11. $\displaystyle f(x)=\int_{-x}^{1}\frac{t^2-2t}{t^2+4}\,dt$

12. $\displaystyle f(x)=\int_{-\operatorname{sen}^2 x}^{x^4}\cos t^3\,dt$

13. $\displaystyle f(x)=x^2\int_{1}^{2\sqrt{x}}\sqrt{t^2+1}\,dt$

14. $\displaystyle F(x)=\int_{0}^{|\operatorname{sen} x|}\ln t\,dt$

15. $\displaystyle F(x)=\int_{0}^{\sqrt{x}}e^{t^2+1}\,dt$

Calcule os limites dos exercícios 16. e 17.

16. $\displaystyle\lim_{x\to\pi}\frac{\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{x}{2}}\cos(\operatorname{sen} t)\,dt}{(x-\pi)^3}$

17. $\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{\displaystyle\int_{-x}^{1}e^{t^2}\,dt}{(x+1)^3}$

Calcule a área da região R dos exercícios 18. a 24.

18. R é a região entre os gráficos de $y=x^2-1$ e $y=x+5$.

19. R é limitada por $y=x^2-2x$, o eixo x e as retas $x=-2$ e $x=4$.

20. R é a região entre a reta $x=2$ e a curva $x=y^2+1$.

21. R é o conjunto dos pontos (x,y) tais que $x^2\le y\le\sqrt{x}$.

22. R é a região entre os gráficos de $y=|x|$ e $y=x^2$, com $-3\le x\le 3$.

23. R é a região delimitada pelas curvas $y=x$, $xy^2=1$ e $y=2$.

24. R é a região delimitada pelas curvas $y=\operatorname{sen} x$ e $y=-\operatorname{sen} 2x$; $0\le x\le\pi$.

25. Esboce e encontre a área da região entre o eixo x e a hipérbole $y=\dfrac{4}{x-1}$, para $2\le x\le 3$.

26. Esboce e encontre a área da região delimitada por $y=\dfrac{3}{x-1}$, pelo eixo x, pelo eixo y e pela reta $x=-4$.

27. Esboce e encontre a área da região limitada pela curva $y=e^x$ e a reta que contém os pontos $(0,1)$ e $(1,e)$.

28. Esboce e encontre a área da região situada acima do eixo x, abaixo da reta $y=1$ e limitada por $y=\ln|x|$.

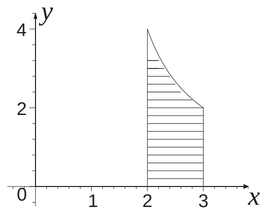
29. Determine m de modo que a área da região limitada por $y=mx$ e $y=2x-x^2$ seja 36.

30. A reta $y=1-x$ divide a região compreendida entre as parábolas $y=2x^2-2x$ e $y=-2x^2+2$ em duas partes. Mostre que as áreas assim obtidas são iguais e calcule o seu valor.

31. Calcule $\int_0^1 xf'(x)\,dx$, sabendo que $f(1)=2$ e que $\int_0^1 f(t)\,dt$ é igual a área da região R entre o gráfico de $y=-x^2$ e as retas $y=1$, $x=0$ e $x=1$. $\left(\text{sugestão: } \dfrac{d}{dx}(xf(x))=f(x)+xf'(x)\right)$

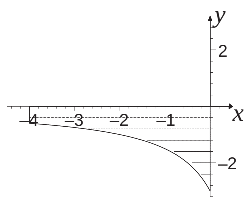
RESPOSTAS

1. $-\frac{14}{5}$
2. $-\frac{1}{18}$
3. 0
4. $\left(4-2\sqrt{2}\right)$
5. $\frac{16}{15}\sqrt{2}$
6. 1
7. 4
8. $\frac{5}{12}\sqrt{2}$
9. $\dfrac{1}{3}\left(10\sqrt{2}-8\right)$
10. $\dfrac{1}{2}\operatorname{arcsen}\dfrac{1}{4}$
11. $f'(x)=\dfrac{x^2+2x}{x^2+4}$
12. $f'(x)=4x^3\cos x^{12}+\operatorname{sen}2x\ \cos\left(\operatorname{sen}^6 x\right)$
13. $f'(x)=\sqrt{(4x+1)x^3}+2x\displaystyle\int_1^{2\sqrt{x}}\sqrt{t^2+1}\,dt$
14. $F'(x)=\dfrac{\operatorname{sen}x}{|\operatorname{sen}x|}(\cos x)\ln|\operatorname{sen}x|$
15. $F'(x)=\dfrac{e^{x+1}}{2\sqrt{x}}$
16. ∞
17. ∞
18. $\displaystyle\int_{-2}^{3}\left((x+5)-\left(x^2-1\right)\right)dx$
19. $\displaystyle\int_{-2}^{0}\left(x^2-2x\right)dx+\int_{0}^{2}-\left(x^2-2x\right)dx+$
    $+\displaystyle\int_{2}^{4}\left(x^2-2x\right)dx=\frac{44}{3}$
20. $\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(2-\left(y^2+1\right)\right)dy=\frac{4}{3}$
21. $\displaystyle\int_{0}^{1}\left(\sqrt{x}-x^2\right)dx=\frac{1}{3}$
22. $2\displaystyle\int_{0}^{1}\left(x-x^2\right)dx+$
    $+2\displaystyle\int_{1}^{3}\left(x^2-x\right)dx=\frac{29}{3}$
23. $\displaystyle\int_{1}^{2}\left(y-y^{-2}\right)dy=1$
24. $\displaystyle\int_{0}^{\frac{2\pi}{3}}(\operatorname{sen}x+\operatorname{sen}2x)\,dx+$
    $+2\displaystyle\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi}-(\operatorname{sen}x+\operatorname{sen}2x)\,dx=\frac{5}{2}$
25.



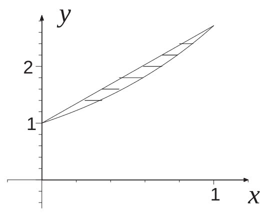
área $=4\ln 2$

26.



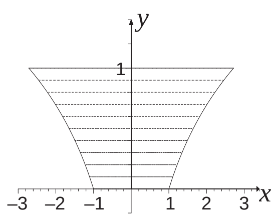
área $=3\ln 5$

27.



área$=\dfrac{3-e}{2}$

28.



área $=2e-2$

29. $m=-4$
30. $\displaystyle\int_{-\frac{1}{2}}^{1}\left[\left(2-2x^2\right)-(1-x)\right]\,dx=$
    $=\displaystyle\int_{-\frac{1}{2}}^{1}\left[(1-x)-\left(2x^2-2x\right)\right]\,dx=\frac{9}{8}$
31. $\dfrac{2}{3}$