Lista 12 de Matemática Discreta I – GAN00170 – 20132

15.1. Há apenas duas partições possíveis do conjunto $\{1, 2\}$. São $\{\{1\}, \{2\}\}$ e $\{\{1, 2\}\}$. Ache todas as partições possíveis de $\{1, 2, 3\}$ e de $\{1, 2, 3, 4\}$.

15.2. Quantos anagramas diferentes (inclusive "palavras" sem sentido) podem ser formados com cada uma das seguintes palavras?

a. STAPLE
b. DISCRETE
c. MATHEMATICS
d. SUCCESS
e. MISSISSIPI

15.3. Quantos anagramas diferentes (inclusive "palavras" sem sentido) podem ser formados com a palavra SUCCESS se a primeira e a última letras devem ser ambas S?

15.4. Quantos anagramas diferentes (inclusive "palavras" sem sentido) podem ser formados com a palavra FACETIOUSLY dado que todas as seis vogais devem permanecer em ordem alfabética (mas não necessariamente contíguas umas às outras)?

15.5. Prove a Proposição 15.4.

15.6. Prove o Teorema 15.6. O leitor pode admitir o princípio da soma generalizada (ver logo após o Corolário 11.8).

15.7. Doze pessoas se dão as mãos para uma dança em círculo. De quantas maneiras podem fazê-lo?

15.8. *Continuação do problema anterior.* Suponha que seis das pessoas sejam homens, e as outras seis sejam mulheres. De quantas maneiras elas se podem dar as mãos em um círculo, supondo-se que os sexos devam alternar-se?

15.9. De quantas maneiras é possível fazer um colar com 20 contas diferentes?

15.10. Dispõem-se os inteiros de 1 a 25 em um quadro 5×5 (cada número é usado exatamente uma vez). O que importa são os números que figuram em cada coluna e como eles aí se dispõem. A ordem em que as colunas figuram não interessa (ver figura a seguir: os dois quadros ali exibidos devem ser considerados o mesmo).

Quantos quadros diferentes podem ser formados?

22	4	5	20	23
16	3	8	7	14
21	1	25	9	15
6	12	11	2	24
19	10	17	13	18

20	4	5	22	23
7	3	8	16	14
9	1	25	21	15
2	12	11	6	24
13	10	17	19	18

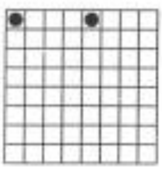
15.11. De quantas maneiras podemos dividir vinte pessoas em dois times com dez jogadores cada?

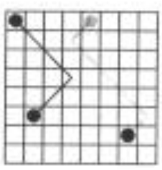
15.12. De quantas maneiras podemos dividir cem pessoas em dez grupos de discussão, com dez pessoas em cada grupo?

15.13. Quantas partições diferentes com exatamente duas partes podemos fazer no conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$?

Responda à mesma pergunta para o conjunto $\{1, 2, 3, ..., 100\}$.

15.14. Duas moedas diferentes são colocadas em casas de um tabuleiro padrão de xadrez 8×8; elas podem ser colocadas ambas na mesma casa.





Chamemos equivalentes dois arranjos dessas moedas no tabuleiro se pudermos mover as moedas diagonalmente para passar de um arranjo para outro. Por exemplo, as duas posições mostradas nos dois tabuleiros na figura anterior são equivalentes.

De quantas maneiras diferentes (não equivalentes) as moedas podem ser colocadas no tabuleiro?

15.15. Refaça o problema anterior, admitindo que as moedas sejam idênticas.

15.16. Seja A um conjunto e seja $\mathcal{P}$ uma partição de A. É possível termos $A = \mathcal{P}$?