Lista 6 de Matemática Discreta I – GAN00170 – 20132

9.1. Escreva os seguintes conjuntos relacionando seus elementos entre chaves.

a. $\{x \in \mathbb{N}\ x \leq 10 \text{ e } 3\ |x\}$

b. $\{x \in \mathbb{Z}: x \text{ é primo e } 2\ |x\}$

c. $x \in \mathbb{Z}: x^2 = 4$

d. $\{x \in \mathbb{Z}: x^2 = 5\}$

e. $2^{\varnothing}$

f. $\{x \in \mathbb{Z}: 10 \mid x \text{ e } x \mid 100\}$

g. $\{x : x \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ e } |x| \leq 1\}$

9.2. Determine a cardinalidade dos seguintes conjuntos:

a. $\{x \in \mathbb{Z}: |x| \leq 10\}$

b. $\{x \in \mathbb{Z}: 1 \leq x^2 \leq 2\}$

c. $\{x \in \mathbb{Z}: x \in \varnothing\}$

d. $\{x \in \mathbb{Z}: \varnothing \in x\}$

e. $\{x \in \mathbb{Z}: \varnothing \subseteq \{x\}\}$

f. $2^{2^{\{1, 2, 3\}}}$

g. $\{x \in 2^{\{1, 2, 3, 4\}}: |x| = 1\}$

h. $\{\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}\}$

9.3. Complete cada expressão a seguir escrevendo $\in$ ou $\subseteq$ em lugar de $\bigcirc$.

a. $2 \bigcirc \{1, 2, 3\}$

b. $\{2\} \bigcirc \{1, 2, 3\}$

c. $\{2\} \bigcirc \{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$

d. $\varnothing \bigcirc \{1, 2, 3\}$

e. $\mathbb{N} \bigcirc \mathbb{Z}$

f. $\{2\} \bigcirc \mathbb{Z}$

g. $\{2\} \bigcirc 2^{\mathbb{Z}}$

9.4. Sejam os conjuntos A e B. Prove que $A = B$ se e somente se $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$.
(Isso nos dá uma estratégia ligeiramente diferente de prova para mostrar que dois conjuntos são iguais; compare com o Esquema de prova 5.)

9.5. Sejam $A = \{x \in \mathbb{Z}: 4 \mid x\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z}: 2 \mid x\}$. Prove que $A \subseteq B$.

9.6. Generalize o problema anterior. Sejam a e b inteiros, e seja $A = \{x \in \mathbb{Z}: a \mid x\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z}: b|x\}$. Encontre e prove uma condição necessária e suficiente para que $A \subseteq B$. Em outras palavras, dada a notação desenvolvida, ache e prove um teorema da forma $A \subseteq B$ se e somente se *alguma condição envolvendo a e b*.

9.7. Sejam $C = \{x \in \mathbb{Z}: x \mid 12\}$ e $D = \{x \in \mathbb{Z}: x \mid 36\}$. Prove que $C \subseteq D$.

9.8. Generalize o problema anterior. Sejam c e d e seja $C = \{x \in \mathbb{Z}: x \mid c\}$ e $D = \{x \in \mathbb{Z}: x \mid d\}$. Ache e prove uma condição necessária e suficiente para que $C \subseteq D$.

9.9. Dê exemplo de um objeto x que torne verdadeira a sentença $x \subseteq \{x\}$.