Lista 7 de Matemática Discreta I – GAN00170 -20132

10.1. Escreva as sentenças seguintes utilizando a notação de quantificador (isto é, use os símbolos $\exists$ e/ou $\forall$). *Nota*: Como não garantimos que essas afirmações sejam verdadeiras, não procure prová-las!

a. Todo inteiro é primo.
b. Há um inteiro que não é primo nem composto.
c. Existe um inteiro cujo quadrado é 2.
d. Todos os inteiros são divisíveis por 5.
e. Algum inteiro é divisível por 7.
f. O quadrado de qualquer inteiro é não negativo.
g. Para todo inteiro x, existe um inteiro y de modo que $xy = 1$.
h. Existem dois inteiros x e y de modo que $x / y = 10$.
i. Existe um inteiro que, quando multiplicado por qualquer inteiro, sempre dá o resultado 0.
j. Qualquer que seja o inteiro que escolhamos, existe sempre outro inteiro maior que ele.
k. Todos amam alguém alguma vez.

10.2. Escreva a negação de cada uma das sentenças do problema anterior. O leitor deve "mover" a negação dentro dos quantificadores. Dê sua resposta em português e simbolicamente. Por exemplo, a negação da parte (a) seria "Existe um inteiro que não é primo" (português) e "$\exists x \in \mathbb{Z}$, x é não primo" (símbolos).

10.3. O que significa a sentença "Todo o mundo não foi convidado para minha reunião"? Presumivelmente, o sentido dessa sentença não é o que a pessoa tinha em vista. Reformule a sentença de modo a atribuir-lhe o sentido desejado.

10.4. *Verdadeiro ou Falso*: Assinale como verdadeira ou falsa cada uma das sentenças seguintes sobre inteiros. (Não é preciso provar suas afirmações.)

a. $\forall x, \forall y, x + y = 0$
b. $\forall x, \exists y, x + y = 0$
c. $\exists x, \forall y, x + y = 0$
d. $\exists x, \exists y, x + y = 0$
e. $\forall x, \forall y, xy = 0$
f. $\forall x, \exists y, xy = 0$
g. $\exists x, \forall y, xy = 0$
h. $\exists x, \exists y, xy = 0$

10.5. Para cada uma das sentenças seguintes escreva a negação correspondente colocando o símbolo $\neg$ o mais à direita possível. Reescreva, então, a negação em português.

Por exemplo, para a sentença

$$\forall x \in \mathbb{Z}, x \text{ é impar}$$

a negação seria

$$\exists x \in \mathbb{Z}, \neg(x \text{ é impar})$$

que, em português, é "Há um inteiro que não é ímpar".

a. $\forall x \in \mathbb{Z}, x < 0$

b. $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x + 1$

c. $\exists x \in \mathbb{N}, x > 10$

d. $\forall x \in \mathbb{N}, x + x = 2x$

e. $\exists x \in \mathbb{Z}, \forall y \in \mathbb{Z}, x > y$

f. $\forall x \in \mathbb{Z}, \forall y \in \mathbb{Z}, x = y$

g. $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}, x + y = 0$

10.6. As duas afirmações seguintes significam a mesma coisa?

$$\forall x, \forall y, \text{ afirmações sobre } x \text{ e } y.$$

$$\forall y, \forall x, \text{ afirmações sobre } x \text{ e } y.$$

Explique.

E, quanto às duas afirmações a seguir, elas significam a mesma coisa?

$$\exists x, \exists y, \text{ afirmações sobre } x \text{ e } y.$$

$$\exists y, \exists x, \text{ afirmações sobre } x \text{ e } y.$$

Explique.