

Nome(a):-----

21/03/2016

1. [12pts] Ache uma base para o subespaço vetorial

$$U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y - z + t = 0\}.$$

2. [24pts] Em cada item determine se a proposição é falsa ou verdadeira e justifique com uma demonstração ou um contra-exemplo.

[6] a) Sejam u e v vetores unitários e ortogonais do \mathbb{R}^3 . Então a matriz $A = [u \ v \ u \times v]$ é ortogonal.

[6] b) Se A e B são matrizes simétricas, então $AB + BA$ é simétrica.

[6] c) Se A , B e C forem matrizes quadradas de mesma ordem tais que $AC = BC$ então $A = B$.

[6] d) Se $A_{n \times n}$ é uma matriz quadrada, então $A = [T]_{\beta}^{\alpha}$ para algum par de bases α e β de \mathbb{R}^n .

3. [24pts] Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ dada por

$$T(x, y, z) = (x + y + z, x + 2y - z, x + 3y - 3z, x + 2y - z).$$

[4] a) Encontre uma base para $W = \text{Im}(T)$ (a imagem de T).

[12] b) Seja $v = (0, 0, 6, 2)$. Encontre $u \in W$ que esta a menor distância de v .

[8] c) Resolva o sistema $T(x, y, z) = u$.

4. [16pts] Calcule o determinante de

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -3 & -2 \\ -2 & -3 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -6 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

5. [24pts] Encontre a mudança de coordenadas na qual a quadrática abaixo se torna uma soma/subtração de quadrados

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 81.$$

Boa Prova!!!