Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática
1^a *Prova de Álgebra Linear II*

Nome(a):____

27/10/2016

1. $[2,0pts]$ Sejam A e B duas matrizes semelhantes. Prove que o polinômio minimo $m_A(x)$ de A é igual ao polinômio mínimo $m_B(x)$ de B.

2. $[1,5pts]$ Calcule, por escalonamento, o determinante da seguinte matriz
$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & -9 & 6 & 3 \\ -1 & 2 & -6 & -2 \\ 2 & 8 & 6 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. $[2,0pts]$ Encontre o determinante sabendo que A é uma matriz 4×4 sabendo $\det(A) = -2$:

   (a) $\det(-A)$, **(b)** $\det((2A)^{-1})$, **(c)** $\det(2A^t)$ e **(d)** $\det(A^3)$.

4. $[3,0pts]$ Seja $T : V \to V$ um operador linear definido pela matriz abaixo com respeito a base canônica $\mathcal{C}$
$$A = \begin{bmatrix} -11 & -8 & -14 \\ 3 & 0 & 5 \\ 6 & 4 & 8 \end{bmatrix}.$$

   Faça o seguinte:

   (a) Calcule o polinômio característico;

   (b) Encontre os autovalores;

   (c) Obtenha o polinômio mínimo;

   (d) Decida se o operador é diagonalizável ou não (justifique);

   (e) Se for diagonalizável obtenha a matriz P tal que $D = P^{-1}AP$ é diagonal. Caso não seja diagonalizável obtenha a forma de Jordan do operador.

   (f) Determine uma base na qual a matriz fique na forma de Jordan.

   (g) Escreva o operador $T = D + N$, onde D é um operador diagonalizável e N é um operador nilpotente.

5. $[1,5pts]$ Encontre todas as possíveis formas de Jordan das matrizes cujos polinômios característicos $\Delta(x)$ e mínimo $m(x)$ são:

   (a) $\Delta(x) = (x-3)^5$ e $m(x) = (x-3)^2$;

   (b) $\Delta(x) = (x-1)^4(x+2)^2$ e $m(x) = (x-1)^2(x+2)$.

Boa Prova!