Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática e Estatística – IME
Professor: Jones Colombo

VR de Álgebra Linear II

Nome(a):____

10/01/2017

1. $[2,0pts]$ Analise o seguinte argumento segundo o qual toda matriz anti simétrica tem determinante igual a zero.

   Sabemos que $A^t = -A$, logo $\det A = \det A^t = \det -A = -\det A$, logo $\det A = 0$.

   Calcule $\det \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ - o que pode estar errado?

2. $[3,0pts]$ Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ dada por

$$T(x,y,z) = (x+y+z, x+2y-z, x-3y+9z, x-4y+11z).$$

   a) [0,6] Encontre uma base para $W = \mathrm{Im}(T)$ (a imagem de T).

   b) [1,2] Seja $v = (-5, 17, -1, -3)$. Encontre $u \in W$ que esta a menor distância de v.

   c) [0,6] Resolva o sistema $T(x,y,z) = u$.

   d) [0,6] Se $v' = (x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4$. Calcule $\mathrm{Proj}_W v'$.

3. $[1,5pts]$ Sejam A e B duas matrizes semelhantes e $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ é um polinômio não nulo. Prove que a matriz $p(A)$ é semelhante a matriz $p(B)$.

4. $[2,0pts]$ Identifique a quádrica abaixo e determine as direções de seus eixos

$$3x^2 + 2xy + 3y^2 - \sqrt{2}x = 0.$$

5. $[1,5pts]$ Sejam $\alpha = \{u_1, u_2, u_3\}$ e $\beta = \{v_1, v_2, v_3\}$ dois conjuntos ortonormais do $\mathbb{R}^3$. Prove que a matriz $A = [I]_\beta^\alpha$ é uma matriz ortogonal.

Boa Prova!