Mudanças de Coordenadas em Sistemas de Cores

Bruno Teixeira Moreira e Emídio Augusto Arantes Macedo
Ciência da Computação – 1º. Período
Professor: Rodney Josué Biezuner
Disciplina: Geometria Analítica e Álgebra Linear

1. Introdução

A modelagem dos sistemas de cor é essencial em Computação Gráfica, pois para a visualização de imagens em dispositivos de saída gráfica é necessária uma informação coerente e precisa para a representação da cor dos objetos e cenas visualizados.

A própria natureza dos dispositivos de saída gráfica, leva à existência de vários sistemas de cor, sendo interessante a possibilidade de conversão entre esses sistemas, o que se traduz matematicamente em mudanças de sistemas de coordenadas. Quando os sistemas são definidos através de bases vetoriais, (as cores primárias do sistema são representadas pelos vetores que formam a base) essa mudança se reduz a uma mudança de base no espaço vetorial.

O principal problema apresentado (mudança de coordenadas do sistema CIE-RBG para o sistema CIE-XYZ) consiste em uma transformação linear T: $R^3 \rightarrow R^3$ cuja matriz de transformação é determinada a partir de coordenadas conhecidas aos dois sistemas, e de um vetor comum aos dois (representando a cor branca), sendo este não afetado na transformação.

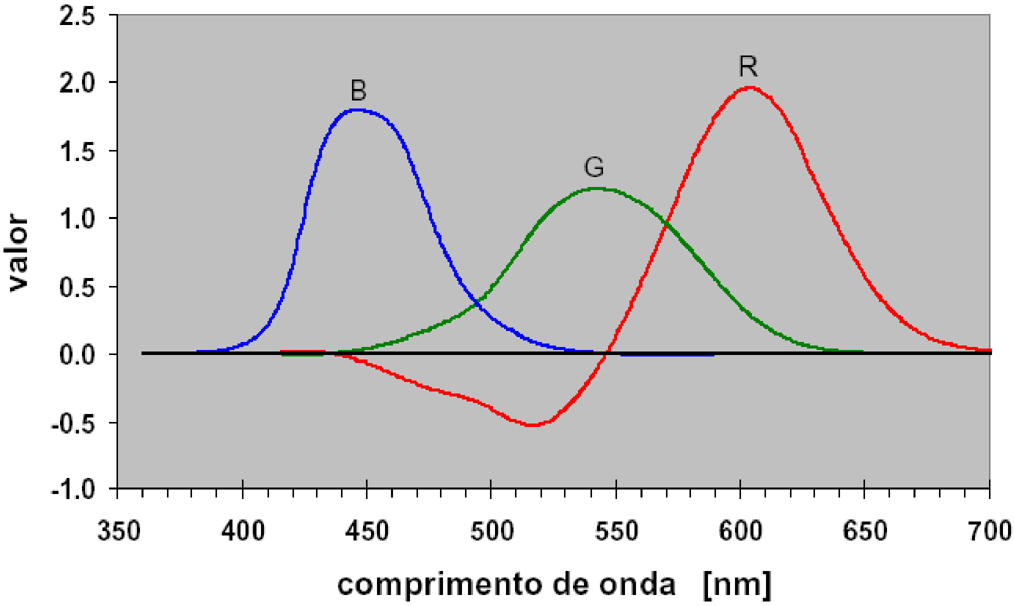
2. Os sistemas de cor padrão

O modelo matemático adequado para uma representação do espaço espectral de cor é um espaço vetorial de dimensão finita. O processo de reconstrução de cor utiliza uma base de cores primárias. Há várias maneiras de escolha dessas bases para um espaço de representação de cores, o que nos permite grandes possibilidades para definição de seus sistemas de coordenadas, ampliando seu uso em inúmeras atividades, inclusive em Computação Gráfica.

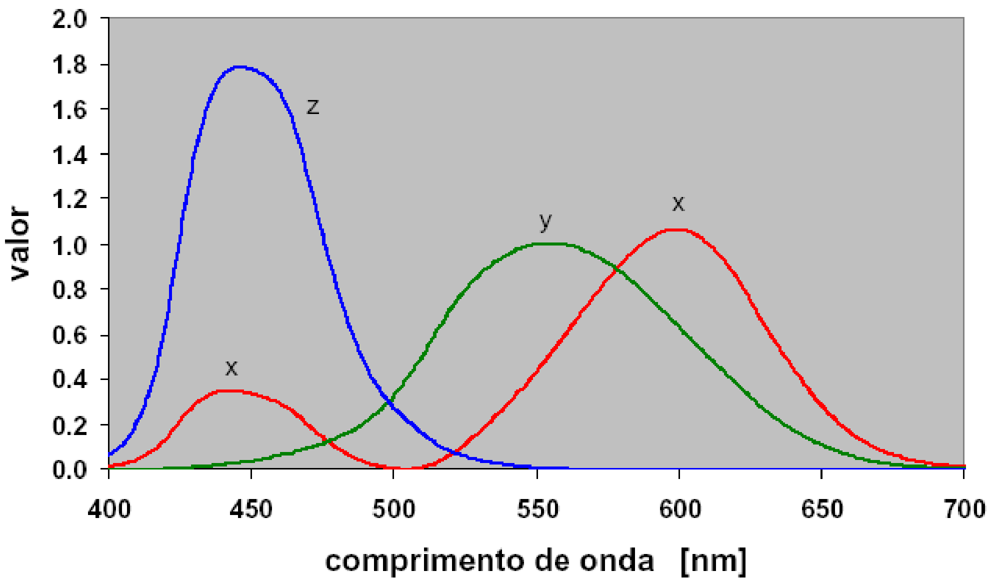
O modelo tricromático de Young-Helmholtz estabelece que sistema de processamento de cor do olho humano é baseado na amostragem das faixas vermelha (*red*), verde (*green*) e azul (*blue*) do espectro visível, que é feita pelas moléculas fotossensíveis do olho. Assim é natural que busquemos uma representação tridimensional do espaço de cor, cuja base de cores primárias seria constituída por três cores nas faixas vermelha, verde e azul do espectro visível, e isto resultou no primeiro modelo padrão básico: CIE-RGB.

No monitor de computador as três cores primárias emitidas por cada um dos tubos de raios catódicos (vermelho a 700 nm, verde a 546 nm e azul a 436 nm) não correspondem às cores detectadas pelo olho humano. Há então que modificar as proporções de intensidade de cor aplicadas a cada uma das componentes primárias emitidas. Estas novas proporções podem assumir valores negativos em algumas gamas de comprimento, o que significa que, com um monitor, não é possível reproduzir todos os comprimentos de onda de luz visível, isto é, não é possível reproduzir todas as cores do espectro visível pela combinação ponderada de luzes vermelha, verde e azul. Existem, portanto cores que não podem ser simplesmente reproduzidas em monitores a cores pela adição ponderada das cores vermelha, verde e azul.

Devido a esses problemas, em 1931 a CIE (*Commission Internationale de l'Éclairage*) resolveu adotar um novo modelo de representação padrão X, Y, Z, cujas cores primarias não correspondem a cores visíveis, mas suas componentes de cor são positivas sendo possível então reproduzir no monitor todos os comprimentos de ondas de luz visível. As coordenadas de cromaticidade dessas cores primárias são conhecidas, sendo possível a realização de cálculos que permitem não só obtenção de valores de grandezas no sistema XYZ a partir de grandezas do sistema RGB, assim como mudanças de coordenadas entre outros sistemas de cor.



Quantidades RGB necessárias para reproduzir todas as cores do espectro visível, com a existência de quantidades negativas.



Funções CMF x, y z.

No sistema XYZ as coordenadas das cores primárias (RGB) são dadas pelos vetores R = (0.73467, 0.26533, 0.0); G = (0.27376, 0.71741, 0.00883); B = (0.16658, 0.00886, 0.82456). Esses três vetores correspondem aos vetores R = (1,0,0), G = (0,1,0) e B = (0,0,1) no sistema RGB. Para obter uma transformação projetiva entre os espaços de cromaticidade nesses dois sistemas devemos buscar um outro par de vetores nos espaços XYZ e RGB. Uma escolha natural consiste em tomar os vetores que correspondem à cor branca de referencia em cada um dos sistemas. Esse vetor tem coordenadas (1/3, 1/3, 1/3). A transformação projetiva do sistema RGB no sistema XYZ é definida pondo T(R, G, B) = (X, Y, Z), em T representa a transformação linear dada por:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \left(\alpha \begin{pmatrix} 0.73467 \\ 0.26533 \\ 0.0 \end{pmatrix} \quad \beta \begin{pmatrix} 027376 \\ 0.71741 \\ 0.00883 \end{pmatrix} \quad \gamma \begin{pmatrix} 0.16658 \\ 0.00886 \\ 082456 \end{pmatrix} \right) \quad \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

As constantes α, β e γ são determinadas usando o fato de que

$$T\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$$

Usando essa condição na primeira equação obtemos o sistema:

$$\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.73467 & 0.2556 & 0.0\\ 0.27376 & 0.71741 & 0.00883\\ 0.16658 & 0.00886 & 0.82456\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{pmatrix}$$

Resolvendo o sistema acima, é obtido: $\alpha = 0.66694$, $\beta = 1.1324$, $\gamma = 1.2008$. Substituindo esses valores na primeira equação obtemos a matriz de transformação de coordenadas:

$$\begin{pmatrix}X\\Y\\Z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.49000 & 0.17697 & 0.0\\ 0.31000 & 0.81240 & 0.01000\\ 0.20000 & 0.01063 & 0.99000\end{pmatrix}\begin{pmatrix}R\\G\\B\end{pmatrix}$$

que faz a mudança de coordenadas do sistema RGB para o sistema XYZ.

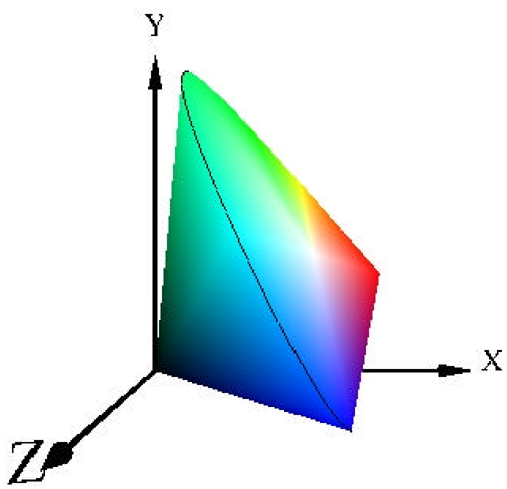
A matriz de transformação inversa e dada por

$$\begin{pmatrix}R\\G\\B\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2.3647 & -0.51515 & 0.0520\\ -0.89665 & 0.14264 & -0.01441\\ -0.46808 & 0.08874 & 1.00921\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X\\Y\\Z\end{pmatrix}$$

Como exemplo, se determinada cor é representada no sistema CIE-RGB pelo vetor C de coordenadas (-0.0210; 0.6121; 0.4876) suas coordenadas no sistema CIE-XYZ seriam dadas por:

$$\begin{pmatrix}X\\Y\\Z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.49000 & 0.17697 & 0.0\\ 0.31000 & 0.81240 & 0.01000\\ 0.20000 & 0.01063 & 0.99000\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-0.0210\\ 0.6121\\ 0.4876\end{pmatrix}$$

Resolvendo a equação matricial acima, as novas coordenadas do vetor C encontradas serão (0.0980, 0.4956, 0.4850).



Espaço de cor CIE-XYZ

3. O modelo CMY e a mudança de coordenadas em relação ao RGB

Outro modelo utilizado é o CMY, que é baseado nas cores complementares: azul (*cyan*), magenta (*magenta*) e amarelo (*yellow*). Este modelo é também designado por *modelo subtrativo da cor*, em oposição ao modelo RGB que é designado por *modelo aditivo da cor*, e é utilizado, por exemplo, na impressão a cores em papel branco. O espaço CMY pode ser construído da mesma forma que é construído o espaço RGB, porém as coordenadas do espaço CMY são as cores primárias subtrativas. As cores ficarão então localizadas dentro de um subespaço com a forma de um cubo, o cubo CMY.

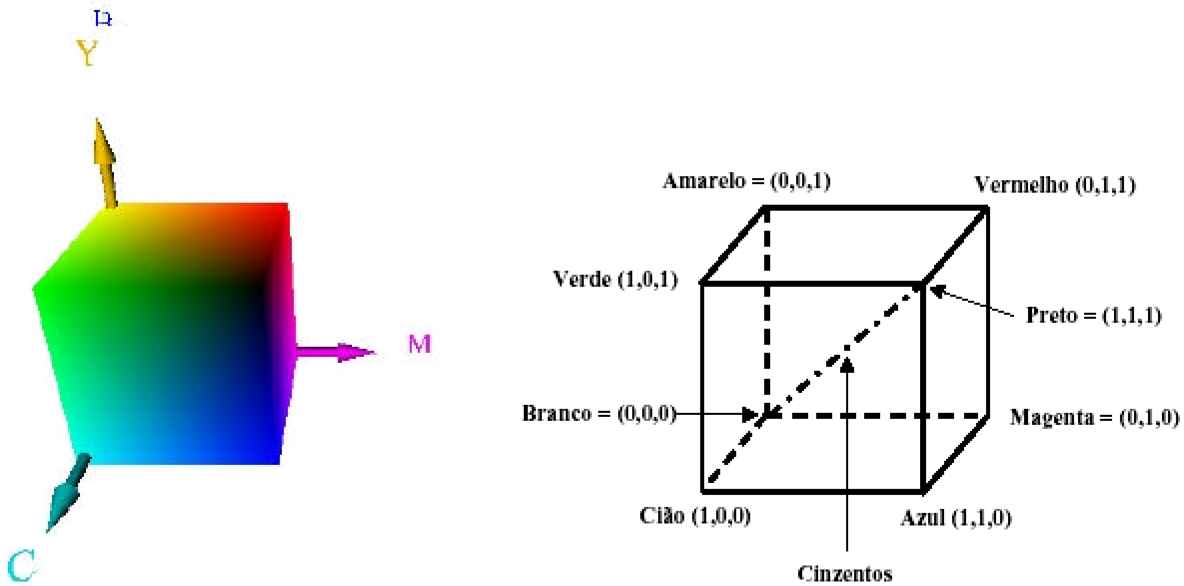
A transformação entre o espaço CMY e o espaço RGB é dada por

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

Para exemplificar, se uma determinada cor é representada no sistema RGB pelo vetor V de coordenadas (0.212, 0.565, 0.354), suas coordenadas no CMY são obtidas da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.212 \\ 0.565 \\ 0.354 \end{bmatrix}$$

Resolvendo o sistema acima, obtemos o vetor de novas coordenadas: V = (0.788, 0.435, 0.6460).



Espaço de cor CMY.

4. O modelo YIQ e a mudança de coordenadas em relação ao RGB

Este modelo, empregado no sistema NTSC (*National Television Standards Committee*), foi um dos modelos criados para permitir que as emissões dos sistemas de televisão em cores fossem compatíveis com os receptores em preto e branco. Ele se baseia na separação dos sinais de cor RGB em um sinal de luminosidade, ou luminância (Y), e dois sinais de cromaticidade ou diferença de cor. A definição de luminância consiste na ponderação dos valores das componentes RGB de uma cor por:

$$Y = 0.299R + 0.587G + 0.114GB$$

Os outros dois parâmetros (I e Q) contêm a informação correspondente à cor propriamente dita, sendo calculados por diferenças ponderadas entre as componentes vermelha e azul da cor no espaço RGB e a luminância Y de modo que:

$$I = 0.74(R - Y) - 0.27(B - Y)$$

$$Q = 0.48(R - Y) + 0.41(B - Y)$$

Assim, obtém-se a matriz de transformação do espaço de cor RGB para o espaço YIQ:

$$\begin{pmatrix} X \\ I \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.596 & -0.275 & -0.321 \\ 0.212 & -0.523 & -0.311 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

Exemplificando, se quisermos encontrar as coordenadas de um vetor V = (0.213, 0.772, 0.564) do sistema RGB no sistema XIQ, o procedimento será resolver a seguinte equação matricial:

$$\begin{pmatrix} X \\ I \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.596 & -0.275 & -0.321 \\ 0.212 & -0.523 & -0.311 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.213 \\ 0.772 \\ 0.564 \end{pmatrix}$$

cujo resultado é o vetor V’ = (0.5808, –0.2670, –0.5342).

Bibliografia

* Gomes, Jonas
Computação Gráfica: Imagem, por Jonas Gomes e Luiz Velho. Rio de Janeiro, IMPA/SBM, 1994. 424p.

* J. M. Brisson Lopes
Computação Gráfica