Universidade Federal Fluminense
EGM - Instituto de Matemática
GMA - Departamento de Matemática Aplicada

LISTA 1 - 2009-1

Revisão: inequações, raiz e módulo
Função: domínio, imagem e paridade
Gráficos que envolvem retas, cônicas e módulo

Resolva as inequações dos exercícios 1. a 12.

1. $-3x+1 < 2x+5$
2. $x^2-5x+6<0$
3. $2x^2-x-10>0$
4. $3x^2-7x+6<0$
5. $(x-1)(1+x)(2-3x)<0$
6. $\dfrac{2x-1}{1-x}<0$
7. $\dfrac{x}{2x-3}\leq 3$
8. $(2x-1)^2<16$
9. $x+\dfrac{1}{x}>2$
10. $\dfrac{x^2-7x+10}{-x^2+9x-18}\leq 0$
11. $\dfrac{x+1}{2-x}<\dfrac{x}{x+3}$
12. $x^2+x<x^3+1$

Nos exercícios 13. a 20. resolva para x e represente a solução na reta numérica.

13. $|x-2|=4$
14. $|x+3|=|2x+1|$
15. $|2x+3|=2x+3$
16. $|3+2x|\leq 2$
17. $|2x+5|>3$
18. $|3-4x|>x+2$
19. $\left|\dfrac{1}{x-2}\right|\leq\left|\dfrac{5}{2x-1}\right|$
20. $\left|x^2-5x\right|<|x|^2-|5x|$

Nos exercícios 21. a 24. a função real de variável real é definida por sua expressão analítica. Determine o seu domínio.

21. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{|x|-x}}$
22. $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x+1}}$
23. $f(x)=\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$
24. $g(x)=\dfrac{x}{\sqrt{|x|-1}}$
25. $f(x)=\sqrt{1-x^2}+\sqrt{x^2-1}$

Estude a variação do sinal das funções dos exercícios 26. a 29.

26. $f(x)=(2x-3)(x+1)(x-2)$
27. $f(x)=\dfrac{x(2x-1)}{x+1}$
28. $g(t)=\dfrac{2t-3}{|1-t|(1-2t)}$
29. $F(x)=2-\dfrac{1}{x}-x$

30. Sejam x,y e z os lados de um triângulo retângulo, onde x é a hipotenusa. Se o triângulo tem perímetro igual a 6, indique a área deste triângulo em função da hipotenusa.

    Nos exercícios 31. a 46. esboce o gráfico da função, especificando o domínio, a imagem e, quando possível, a paridade (par ou ímpar).

31. $f(x)=(2-x)|3-x|$
32. $f(x)=\dfrac{3-x}{|3-x|}$
33. $f(x)=(x-2)(x+1)$
34. $g(x)=\left|x^2-x-2\right|$
35. $f(x)=|3-x|+|x-1|$
36. $f(x)=\sqrt{x(x-2)}$
37. $f(x)=\begin{cases}-\sqrt{3-2x} & \text{se} \quad x<\frac{3}{2}\\ \sqrt{2x-3} & \text{se} \quad x\geq\frac{3}{2}\end{cases}$
38. $y=|\,|x|-2\,|$
39. $f(x)=\sqrt{|x^2-16|}$
40. $g(x)=\begin{cases}4+\sqrt{25-x^2} & \text{se} \quad -5\leq x\leq 5\\ 4 & \text{se} \quad x<-5 \text{ ou } x>5\end{cases}$
41. $f(x)=\sqrt{-x}$
42. $f(x)=x\left(\sqrt{|x|}\right)^2$
43. $f(x)=\dfrac{\left|x^2-4x+3\right|}{x-1}$
44. $y=\dfrac{\left|x^3-5x^2+2x+8\right|}{x-2}$
45. 21. $y=\begin{cases}1-x^2 & , \quad -1<x<1\\ x^2-|x| & , \quad x\leq -1 \text{ ou } x\geq 1\end{cases}$

RESPOSTAS

1. $x > -\frac{4}{5}$
2. $2 < x < 3$
3. $x < -2$ ou $x > \frac{5}{2}$
4. $\emptyset$
5. $-1 < x < \frac{2}{3}$ ou $x > 1$
6. $x < \frac{1}{2}$ ou $x > 1$
7. $x < \frac{3}{2}$ ou $x \geq \frac{9}{5}$
8. $\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$
9. $(0,1) \cup (1,\infty)$
10. $(-\infty, 2] \cup (3,5] \cup (6,\infty)$
11. $(-\infty,-3) \cup (2,\infty)$
12. $(-1,1) \cup (1,\infty)$
13. $\{6,-2\}$
14. $\left\{2, -\frac{4}{3}\right\}$
15. $\left[-\frac{3}{2}, \infty\right)$
16. $\left[-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right]$
17. $(-\infty,-4) \cup (-1,\infty)$
18. $\left(-\infty, \frac{1}{5}\right) \cup \left(\frac{5}{3}, \infty\right)$
19. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, \frac{11}{7}\right] \cup [3,\infty)$
20. $\emptyset$
21. $x < 0$
22. $x \neq -1$
23. $-1 \leq x \leq 1$
24. $x < -1$ ou $x > 1$
25. $x = -1$ ou $x = 1$

26. $f(x) \begin{cases} < 0 & \text{se} \quad x < -1 \text{ ou } \frac{3}{2} < x < 2 \\ = 0 & \text{se} \quad x = -1 \text{ ou } x = \frac{3}{2} \text{ ou } x = 2 \\ > 0 & \text{se} \quad -1 < x < \frac{3}{2} \text{ ou } x > 2 \end{cases}$

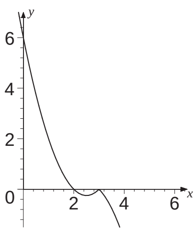
27. $f(x) \begin{cases} < 0 & \text{se} \quad x < -1 \text{ ou } 0 < x < \frac{1}{2} \\ = 0 & \text{se} \quad x = 0 \text{ ou } x = \frac{1}{2} \\ > 0 & \text{se} \quad -1 < x < 0 \text{ ou } x > \frac{1}{2} \end{cases}$

28. $g(t) \begin{cases} < 0 & \text{se} \quad t < \frac{1}{2} \text{ ou } t > \frac{3}{2} \\ = 0 & \text{se} \quad t = \frac{3}{2} \\ > 0 & \text{se} \quad \frac{1}{2} < t < 1 \text{ ou } 1 < t < \frac{3}{2} \end{cases}$

29. $F(x) \begin{cases} < 0 & \text{se} \quad 0 < x < 1 \text{ ou } x > 1 \\ = 0 & \text{se} \quad x = 1 \\ > 0 & \text{se} \quad x < 0 \end{cases}$

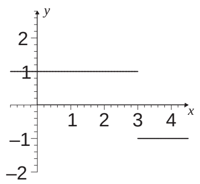
30. Seja $S = S(x)$ a área do triângulo. Como y e z são os catetos, $S = \frac{1}{2}\, yz$, que denotamos por (eq. 1).
Foi dado o perímetro $P = x + y + z = 6$, logo $y + z = 6 - x$. Elevando ambos os lados dessa última equação ao quadrado, obtemos a equação $y^2 + 2yz + z^2 = 36 - 12x + x^2$, que denotamos por (eq. 2).
Como x é a hipotenusa, sabemos que $x^2 = y^2 + z^2$, que denotamos por (eq. 3).
Na (eq. 2), substituindo-se o valor de x^2 dado pela (eq. 3), obtemos $y^2 + 2yz + z^2 = 36 - 12x + y^2 + z^2$.
Simplificando essa equação, $2yz = 36 - 12x$, explicitando o produto $yz = \dfrac{12(3-x)}{2} = 6(3-x)$.
Agora, substituindo-se o produto yz na (eq. 1), obtemos $S = \frac{1}{2} \cdot 6(3-x)$, logo $S(x) = 3(3-x)$.

31.



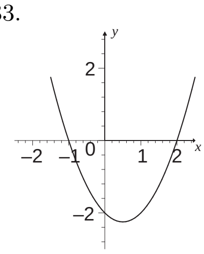
$dom = \mathbb{R}$;
$im = \mathbb{R}$

32.



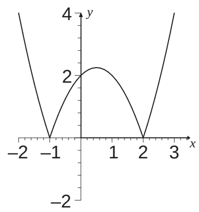
$dom = \mathbb{R} - \{3\}$;
$im = \{-1, 1\}$

33.



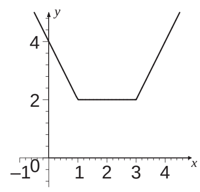
$dom = \mathbb{R}$;
$im = \left[-\frac{9}{4}, \infty\right)$

34.



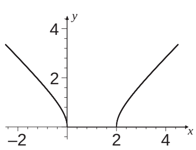
$dom = \mathbb{R}$;
$im = [0,\infty)$

35.



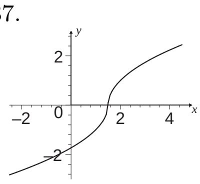
$dom = \mathbb{R}$;
$im = [2,\infty)$

36.



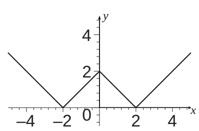
$dom = (-\infty, 0] \cup [2,\infty)$;
$im = [0,\infty)$

37.



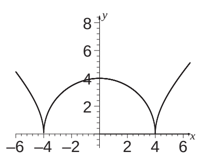
$dom = \mathbb{R}$;
$im = \mathbb{R}$

38.



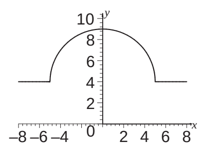
$dom = \mathbb{R}$;
$im = [0,\infty)$
é par

39.



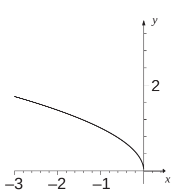
$dom = \mathbb{R}$;
$im = [0,\infty)$
é par

40.



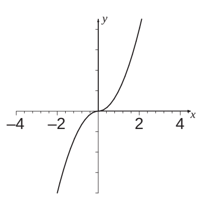
$dom = \mathbb{R}$;
$im = [4,9]$
é par

41.



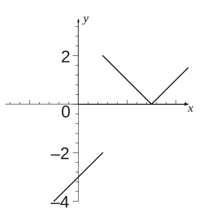
$dom = (-\infty, 0]$;
$im = [0,\infty)$

42.



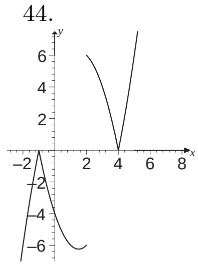
$dom = \mathbb{R}$;
$im = \mathbb{R}$
é ímpar

43.



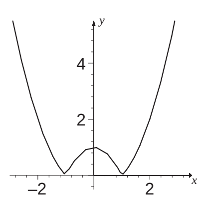
$dom = \mathbb{R} - \{1\}$;
$im = (-\infty,-2) \cup [0,\infty)$

44.



$dom = \mathbb{R} - \{2\}$;
$im = \mathbb{R}$

45.



$dom = \mathbb{R}$;
$im = [0,\infty)$
é par