Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática e Estatística
Professor: Jones Colombo
P3 de Álgebra Linear Aplicada - GAN00143

Nome(a):____

07/12/2018

1. $[2,4]$ Considere o $\mathbb{R}^2$ munido do seguinte produto interno

$$\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2.$$

a) Verifique que o conjunto $\left\{ \frac{1}{\sqrt{22}}(1,3), \frac{1}{\sqrt{11}}(4,1) \right\}$ é um conjunto ortonormal.

b) Verifique a positividade deste produto interno, isto é, verifique que para todo $u \in \mathbb{R}^2$ temos que $\langle u, u \rangle \geq 0$.

2. $[2,4]$ Encontre uma base ortonormal a partir dos vetores $v_1 = (1,1,1)$, $v_2 = (1,1,2)$ e $v_3 = (1,2,-4)$.

3. $[2,2]$ Encontre o número de todas as matrizes 2×2 ortogonais da forma $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & x \\ y & z \end{bmatrix}$ e exiba-as.

4. $[3,0]$ Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por

$$T(x,y) = (2x + 2y, 2x + 5y).$$

a) Determine a matriz $A = [T]_\alpha^\alpha$, onde α é a base canônica do $\mathbb{R}^2$;

b) Encontre uma base ortonormal de autovetores.

c) Determine uma matriz P ortogonal tal que $P^tAP = D$, onde D é a matriz diagonal.

Boa Prova!!!