Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática e Estatística
Professor: Jones Colombo
P2 de Álgebra Linear Aplicada - GAN00143

Nome(a):____

31/10/2018

1. $[2,7]$ Considere as seguintes bases do $\mathbb{R}^2$: $\alpha = \{(1,1),(0,-1)\}$ e $\beta = \{(2,3),(-3,5)\}$:

   a) Determine a matriz mudança de coordenadas de α para β ($[I]_\beta^\alpha$).

   b) Utilizar a matriz obtida no item a) para calcular $[v]_\beta$, sendo $[v]_\alpha = (2,4)$.

   c) Determinar a matriz de mudança de coordenadas de β para α.

2. $[2,4]$ Em cada item determine se a proposição é falsa ou verdadeira e justifique com uma demonstração ou um contra-exemplo.

   a) Se A é uma matriz diagonalizável e invertível, então A^{-1} será diagonalizável.

   b) Seja A uma matriz 2×2. Então A e A^t tem os mesmos autovetores.

   c) Se A, B e C são matrizes quadradas, tais que A é semelhante a B e B é semelhante a C, então A é semelhante a C.

   d) A matriz $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ representa uma reflexão numa reta.

3. $[2,2]$ Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T(1,-1) = (1,1,1)$ e $T(0,-1) = (-1,-1,2)$.

   a) Determine $T(x,y)$.

   b) Se $\alpha = \{(1,-1),(0,-1)\}$ e $\beta = \{(1,0,-1),(0,1,2),(1,2,0)\}$ são bases de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ respectivamente, determine $[T]_\beta^\alpha$.

   c) Determine uma base $\gamma \subset \mathbb{R}^3$ tal que $[T]_\gamma^\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

4. $[2,7]$ Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por

$$T(x,y,z) = (-2y-2z, 2x+4y+2z, -2x-2y).$$

   a) Seja α a base canônica do $\mathbb{R}^3$ e considere $A = [T]_\alpha^\alpha$. Encontre uma base para $W = \mathrm{Col}(A)$ (o espaço coluna de A) e $Z = \mathrm{N}(A)$ (o espaço nulo de A).

   b) Este operador é diagonalizável? Se for, encontre uma matriz P tal que $D = P^{-1}AP$ seja diagonal, se não for explique o motivo.

   c) Se o operador fosse diagonalizável, explique qual seria o procedimento para determinar uma base para $\mathrm{Col}(D)$ e $\mathrm{N}(D)$.

Boa Prova!!!