Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática e Estatística
Professor: Jones Colombo
P2 de Álgebra Linear Aplicada - GAN00143

Nome(a):____

14/11/2018

1. $[2,7]$ Considere as seguintes bases do $\mathbb{R}^2$: $\alpha = \{(1,2),(3,5)\}$ e $\beta = \{(1,-1),(1,-2)\}$:

   a) Determine a matriz mudança de coordenadas de α para β ($[I]^{\alpha}_{\beta}$).

   b) Utilizar a matriz obtida no item a) para calcular $[v]_\beta$, sendo $[v]_\alpha = (2,4)$.

   c) Determinar a matriz de mudança de coordenadas de β para α.

2. $[2,4]$ Em cada item determine se a proposição é falsa ou verdadeira e justifique com uma demonstração ou um contra-exemplo.

   a) Considere
$$A = \frac{1}{35}\begin{bmatrix} -15 & 30 & -10 \\ 30 & 17 & 6 \\ -10 & 6 & 33 \end{bmatrix}.$$
   Então esta matriz é de um operador reflexão em torno do plano $5x - 3y + z = 0$.

   b) Se $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ é uma transformação linear e $m > n$, então T é injetora.

   c) Se λ é um autovalor de T e T é invertível, então λ^{-1} é autovalor de T^{-1}.

   d) O escalar 0 é um autovalor de T se, e somente se, T não é invertível.

3. $[2,2]$ Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T(1,-1) = (1,-1,1)$ e $T(1,-2) = (-1,1,-2)$.

   a) Determine $T(x,y)$.

   b) Se $\alpha = \{(1,-1),(1,-2)\}$ e $\beta = \{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$ são bases de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ respectivamente, determine $[T]^{\alpha}_{\beta}$.

   c) Determine uma base $\gamma \subset \mathbb{R}^3$ tal que $[T]^{\alpha}_{\gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

4. $[2,7]$ Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por
$$T(x,y,z) = (4x + y - z, 2x + 5y - 2z, x + y + 2z).$$
   Este operador é diagonalizável? Se for, encontre uma matriz P tal que $D = P^{-1}AP$ seja diagonal, se não for explique o motivo.

Boa Prova!!!