

08/05/2019

Questão 1: Rian tem duas opções de pagamento: à vista, com $x\%$ de desconto ou em 4 prestações mensais, sem juros, vencendo um mês após a compra. Se a taxa mínima de atratividade de Rian é de $2,5\%$ ao mês, para que valores de x ele preferirá a compra a prazo? Suponha que o valor inicial seja $3P$, logo precisamos resolver

Solução: Suponha que o valor inicial seja $3P$, logo precisamos resolver

$$\begin{aligned}4P\left(1 - \frac{x}{100}\right) &> \frac{P}{1,025} + \frac{P}{1,025^2} + \frac{P}{1,025^3} + \frac{P}{1,025^4} \\4\left(\frac{100 - x}{100}\right) &> \frac{1,025^3 + 1,025^2 + 1,025 + 1}{1,025^4} \\100 - x &> \frac{100}{4} \left(\frac{1,025^3 + 1,025^2 + 1,025 + 1}{1,025^4}\right) \\x &< 100 - \frac{100}{4} \left(\frac{1,025^3 + 1,025^2 + 1,025 + 1}{1,025^4}\right) \\x &< 5,95\%.\end{aligned}$$

Questão 2: Um banco efetua descontos à taxa de $2,4\%$ ao mês, além de exigir que 4% do valor de face da promissória sejam aplicados em um seguro. Qual a taxa mensal de juros cobrado pelo banco nas operações:

(a) de dois meses? (b) de três meses; (c) de quatro meses.

Solução: a) Por um lado o desconto A é dado em função do valor de face F , por

$$A = F(1 - 2 \times 0,024) - F \times 0,04 = F(1 - 2 \times 0,024 - 0,04).$$

Por outro lado, os juros são dados por $F = A(1 + i)^2$, portanto,

$$(1 + i)^2 = \frac{1}{1 - 2 \times 0,024 - 0,04} \Rightarrow i = \sqrt{\frac{1}{1 - 2 \times 0,024 - 0,04}} - 1 = 0,0471$$

Que nos fornece uma taxa de $4,71\%$ ao mês.

b) Fazendo as mesmas contas, só que agora para três meses, obtemos

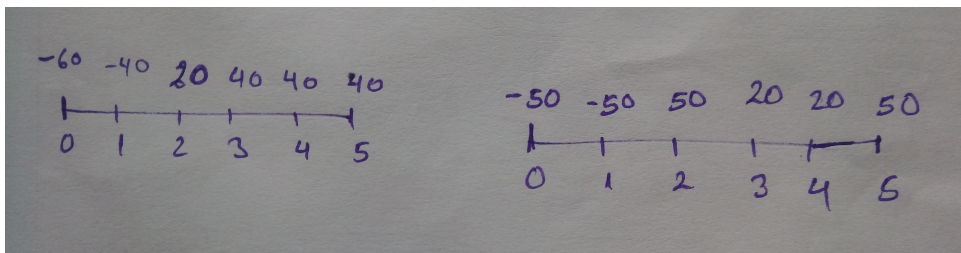
$$A = F(1 - 3 \times 0,024) - F \times 0,04 = F(1 - 3 \times 0,024 - 0,04).$$

e $F = A(1 + i)^3$ daí

$$(1 + i)^3 = \frac{1}{1 - 3 \times 0,024 - 0,04} \Rightarrow i = \sqrt[3]{\frac{1}{1 - 3 \times 0,024 - 0,04}} - 1 = 0,0404.$$

Que nos fornece uma taxa de 4,04% ao mês.

Questão 3: Em geral, os métodos mais utilizados para decidir entre alternativas de investimento são: método do valor atual, que consiste em determinar os valores atuais dos fluxos de caixa das várias alternativas. Outro método é chamado de razão entre Custo-Benefício, que é igual a razão entre o valor atual dos benefícios e o valor atual dos custos. Aplique os dois critérios entre as alternativas abaixo, supondo uma taxa mínima de retorno de 15%, decida o que é melhor.



Solução: Para o investimento 1 tem benefício B_1 e o custos C_1 dados por:

$$B_1 = \frac{20}{1,15^2} + \frac{40}{1,15^3} + \frac{40}{1,15^4} + \frac{40}{1,15^5} = 84,18 \text{ e } C_1 = 60 + \frac{40}{1,15} = 94,78.$$

Já para o investimento 2 tem benefício B_2 e o custos C_2 dados por:

$$B_2 = \frac{50}{1,15^2} + \frac{20}{1,15^3} + \frac{20}{1,15^4} + \frac{50}{1,15^5} = 87,25 \text{ e } C_2 = 50 + \frac{50}{1,15} = 93,48.$$

Portanto, $B_1 - C_1 = -10,60$ e $\frac{B_1}{C_1} = 0,89$ e $B_2 - C_2 = -6,23$ e $\frac{B_2}{C_2} = 0,93$. Portanto, por ambos os critérios o melhor investimento é o 2.

Questão 4: Pony investiu o seu capital em CDB's, que rendeu 10,09% ao ano. Se a inflação acumulada foi de 4,58% ao ano, qual a rentabilidade real obtida por Pony?

Solução: Como $1 + i_a = (1 + \theta)(1 + i_r)$, segue que a taxa real é dado por

$$i_r = \frac{1 + i_a}{1 + \theta} = \frac{1 + 0,1009}{1 + 0,0458} = 0,0527.$$

Portanto, a rentabilidade real foi de 5,27%.

Questão 5: Uma dívida de 15000 é amortizada em 5 pagamentos mensais. Se a taxa de juros é de 9% ao mês, calcule as tabelas de amortização: a) SAC e b) tabela Price.

Solução: a)

Tabela SAC				
k	P_k	A_k	J_k	D_k
0	-	-	-	15.000,00
1	4.350,00	3.000,00	1.350,00	12.000,00
2	4.080,00	3.000,00	1.080,00	9.000,00
3	3.810,00	3.000,00	810,00	6.000,00
4	3.540,00	3.000,00	540,00	3.000,00
5	3.270,00	3.000,00	270,00	-

b) utilizando o teorema 3.3 obtemos o valor das parcelas para a tabela Price,

$$15\,000 = P \left(\frac{1 - (1 + 0,09)^{-5}}{0,09} \right) \Rightarrow P = 3.856,39.$$

Tabela Price				
k	P_k	A_k	J_k	D_k
0	-	-	-	15.000,00
1	3.856,39	2.506,39	1.350,00	12.493,61
2	3.856,39	2.731,96	1.124,43	9.761,65
3	3.856,39	2.977,84	878,55	6.783,81
4	3.856,39	3.245,84	610,54	3.537,97
5	3.856,39	3.537,97	318,42	-
