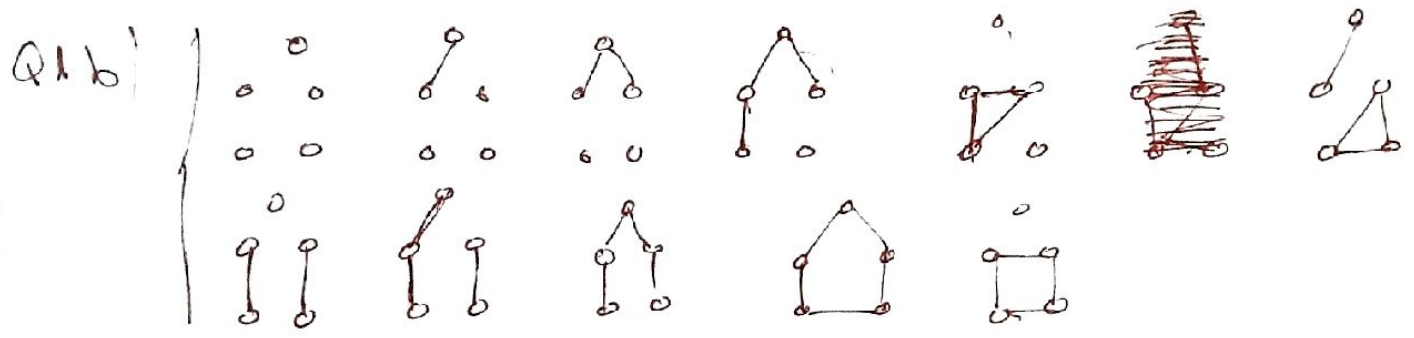
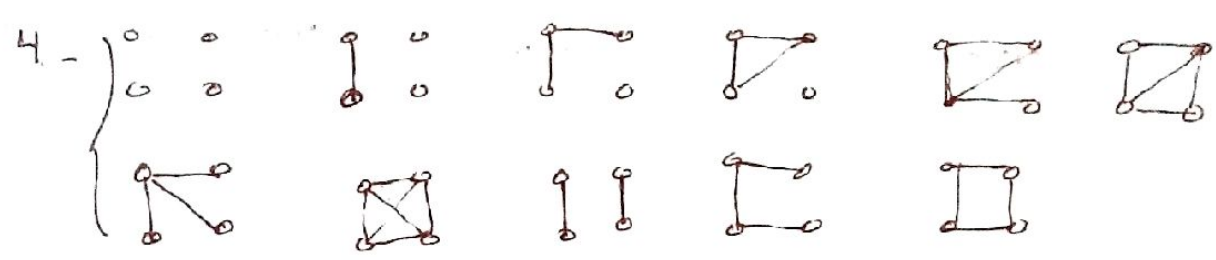


1Qa) 1 - 0 Galorito da P2 de Int. a Análise Combinatória
 2 - 0 0 0
 3 - { 0 0 0 }
 pref. Jones Colombo



Q2 - Vamos verificar se a sequência admite uma expressão polinomial por aplicar o operador diferença

2	10	28	60	110	182	280	408	570
8	18	32	50	72	98	128	162	
10	14	18	22	26	30	34		
4	4	4	4	4	4	4		
	0	0	0	0	0	0		

Portanto, admite uma expressão polinomial e de 4º grau por

$$a_m = 2 \binom{m}{0} + 8 \binom{m}{1} + 10 \binom{m}{2} + 4 \binom{m}{3}$$

$$= \frac{1}{3} (2m^3 + 9m^2 + 13m + 6) = \frac{1}{3} (2m+3)(m+2)(m+1)$$

Q3 - Dado $a_m = 3a_{m-1} - 2a_{m-2} + 5$

o polinômio característico é $x^2 - 3x + 2 = 0 = (x-1)(x-2)$

Vejamos que como 1 é um autovalor ao tentarmos encontrar uma solução particular constante temos um problema. Então, devemos adotar a solução ~~$(0, 1, 2, 3, \dots, m, \dots)$~~ , $(0, c, 2c, 3c, \dots, mc, \dots)$ substituindo na eq. obtemos $c = -5$.

Daqui segue que a solução geral é dada por

$$a_m = c_1 2^m + c_2 1^m + (-5)m \quad \text{e como } a_0 = a_1 = 6$$

$$\begin{cases} a_0 = c_1 + c_2 = 6 \\ a_1 = 2c_1 + c_2 - 5 = 6 \end{cases} \Rightarrow c_1 = 5 \text{ e } c_2 = 1.$$

$$a_m = 5 \cdot 2^m + 1 + 5m = 5(2^m - m) + 1$$

Também poderíamos ter feito, por chamar $a_{m-1} = b_m$

$$\begin{cases} \cancel{b_m} = \cancel{3b_{m-1}} - 2a_{m-1} \\ b_m = a_{m-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_m = 3a_{m-1} - 2b_{m-1} \\ b_m = a_{m-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ temos que o sistema se torna}$$

$$\begin{bmatrix} a_m \\ b_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{m-1} \\ b_{m-1} \end{bmatrix}$$

Logo $\Delta_A(x) = x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ e continuamos com esta terminologia.

Q4. como todos os dados são iguais não importa a ordem que tomamos eles. Nesta situação, temos apenas

$$(6, 6, 6, 1), (6, 6, 5, 2), (6, 6, 4, 3), (6, 5, 5, 3), (6, 5, 4, 4) \text{ e } (5, 5, 5, 4)$$

Se considerarmos os dados de cores diferentes, então faz sentido diferenciar as soluções do tipo

$$(6, 6, 6, 1) \text{ de } (6, 6, 1, 6).$$

Nesta situação é equivalente a resolver
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 19$, com $1 \leq a_i \leq 6$.

A função geradora será

$$(x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)^4$$

e precisamos encontrar o coeficiente de x^{19} . observe que

$(x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)^4 = x^4 (1 + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^4$. Portanto basta encontrar o coeficiente de $x^{19-4} = x^{15}$ de expressão

$$(1 + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^4 = \left(\frac{1-x^6}{1-x} \right)^4$$

$$= (1 - 4x^6 + 6x^{12} - 4x^{18} + x^{24}) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \binom{4+n-1}{n} x^n \right)$$

$$= (1 - 4x^6 + 6x^{12} - \dots) (\dots + \binom{6}{3} x^3 + \binom{12}{9} x^9 + \binom{18}{5} x^{15} + \dots)$$

e

$$1 \times 816 - 4 \times 220 + 6 \times 20 = 56.$$

Q5. Resolva isso é o mesmo que encontrar o coef. que acompanha o termo x^{25} da expressão

$$(x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 + x^8)^4 = x^{72} (1 + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^4$$

~~é o coef~~ Logo é equivalente a encontrar o coef. $x^{25-72} = x^{13}$

da expressão $(1 + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^4$

fazendo os mesmos termos 104.

Questão desafio.

Seja b_m a sequência das possíveis formas de descer m degraus saltando 1, 2 ou 3 degraus.

Sabemos que $b_1 = 1$, $b_2 = 2$, $b_3 = 4$, além disso, é claro

que $b_m = b_{m-1} + b_{m-2} + b_{m-3}$, desta forma

$$b_4 = 7 \cdot \{(1,3), (3,1), (2,2), (2,1,1), (1,2,1), (1,1,2), (1,1,1,1)\}$$

Precisamos calcular $b_{15} = \cancel{35} \cancel{890} \cancel{10609} 5768$