Universidade Federal Fluminense – UFF
Instituto de Matemática e Estatística – IME
P1 de Álgebra Linear II – GAN00164
Professor: Jones Colombo

Aluno(a):____

01/10/2019

---

1. $[2,0pts]$ Sejam $M, N : V \to V$ operadores nilpotentes, com $MN = NM$. Mostre que $M + N$ é também um operador nilpotente.

---

2. $[1,5pts]$ Suponha que $V = W_1 \oplus W_2$ e $T : V \to V$ é um operador linear. W_1 e W_2 são dois T-espaços invariantes, se e só se, $TP = PT$, onde P é operador projeção de W_1 sobre W_2.

---

3. $[3,0pts]$ Seja $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ um operador linear definido por

$$(x, y, z, w) \mapsto (2x + z, x + 3y - w, -x - y + 2z + w, z + 2w)$$

Admita que $\Delta_T(x) = (x-3)(x-2)^3$ então faça: (a) Obtenha o polinômio mínimo; (b) Decida se o operador é diagonalizável ou não (justifique); (c) Obtenha a decomposição primária e os operadores de projeção sobre os subespaços T-invariantes; (d) Obtenha a base na qual o operador fica na forma de Jordan; Qual a forma de Jordan deste operador?

---

4. $[1,5pts]$ Encontre todas as possíveis formas de Jordan das matrizes com:

(a) $\Delta(x) = (x-3)^2$ e a operador é sobre um espaço vetorial de dimensão 7;

(b) $\Delta(x) = (x-2)^4(x+3)^4$ e $m(x) = (x-2)^2(x+2)^2$.

---

5. $[2,0pts]$ Seja V o espaço das matrizes $n \times n$ sobre um corpo $\mathbb{K}$, e seja A uma matriz $n \times n$ fixa com entradas em $\mathbb{K}$. Defina $T : V \to V$ por $T(B) = AB - BA$. Prove que se A é nilpotente, então T é um operador nilpotente.

Boa Prova!!