

Lista 6 - Probabilidade III
Estatística de Ordem
Prof^a: Jessica Kubrusly

1. Três pessoas marcaram de se encontrar para uma reunião entre 12:00h e 13:00h. Suponha que os três horários de chegada sejam variáveis aleatórias i.i.d. uniformes entre 12:00h e 13:00h. Suponha também que a reunião só começa depois que as três pessoas chegarem.
 - (a) Em média que horas a primeira pessoa chega no local combinado?
 - (b) Em média que horas a reunião vai começar?
 - (c) Qual a probabilidade da primeira pessoa que chegar ter que esperar mais de 30 minutos pelo início da reunião?
2. ([Ross, 2010] - Cap 6) Uma máquina opera de forma efetiva enquanto pelo menos 3 dos 5 motores estão em funcionamento. Suponha que o tempo de vida de cada motor seja uma variável aleatória com distribuição exponencial de média igual a 1 ano.
 - (a) Encontre a função densidade de probabilidade do tempo de vida da máquina.
 - (b) Encontre o tempo médio de vida da máquina
 - (c) Qual a probabilidade da máquina durar mais de 2 anos?
3. ([Ross, 2010] - Cap 6) Suponha que 3 caminhões quebraram e pontos aleatórios de uma estrada de comprimento igual a L quilômetros. Encontre a probabilidade de não haver dois caminhões quebrados a menos de d quilômetros de distância um do outro.
4. ([Ross, 2010] - Cap 6) Sejam X_1 e X_2 variáveis aleatórias i.i.d. com distribuição dada por: $f(x) = 2x$, $0 < x < 1$. Qual a probabilidade da distância entre X_1 e X_2 ser menor ou igual à d ?
5. ([Magalhães, 2011] - Seção 3.4) As variáveis aleatórias X_1 e X_2 são independentes e têm densidade comum $Exp(\lambda)$.
 - (a) Obtenha a função densidade conjunta das variáveis $Y_1 = \min(X_1, X_2)$ e $Y_2 = \max(X_1, X_2)$.
 - (b) Determine a densidade condicional de $Y_2 - Y_1$ dado Y_1 .

Respostas:

1. (a) 12:15h (b) 12:45h (c) $1/2$.
2. (a) $f_T(t) = 30e^{-3t} + 30e^{-5t} - 60e^{-4t}$, $t > 0$ (b) $E[T] = 47/60 \approx 286$ dias.
3. $((1 - 2d)/L)^3$.
4. $1 - (1 - d)^3((17d/3) + 1)$.
5. (a) $f_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = 2\lambda^2 e^{-(y_1 + y_2)}$, $y_1 > 0$, $y_2 > y_1$ (b) $f_{Y_2 - Y_1 | Y_1}(w | y_1) \sim Exp(\lambda)$.