Matemática Universitária Nº 13, junho de 1991, 17-30

História da Matemática: Por que e Como

André Weil

É com justificado orgulho que MATEMÁTICA UNIVERSITÁRIA publica a presente conferência pronunciada por André Weil no Congresso Internacional de Matemáticos de 1978, realizado em Helsinki. Agradecemos ao Professsor Olli Lehto, editor das Atas do Congresso, pela permissão concedida para esta publicação.

MATEMÁTICA UNIVERSITÁRIA já publicou interessante matéria do Professor André Weil, em seu nº 5, de junho de 1987. Lá o leitor encontrará, em nota de rodapé, algumas linhas informativas sobre esse eminente matemático e homem de cultura do nosso século.

A primeira questão que abordarei é bastante óbvia. Diferentemente das ciências cuja história consiste inteiramente de lembranças pessoais de alguns de nossos contemporâneos, a Matemática possui uma história própria, que além do mais é bastante longa – a ela dedicaram-se não poucos escritores, em uma literatura que remonta, no mínimo, aos tempos de Eudemus (discípulo de Aristóteles). Daí a pergunta "Por quê?" talvez seja supérflua, ou quem sabe deveríamos expressá-la melhor da forma: "Para quem?".

Para quem se escreve história geral? para o leigo culto, como fez Heródoto? para estadistas e filósofos, como fez Tucídides? para colegas historiadores, como geralmente se faz hoje em dia? Qual é o público-alvo ideal para o historiador da arte? seus colegas? o público amante da arte? ou os próprios artistas (os quais não lhe parecem ser muito úteis)? E quanto à história da música? Será que interessa principalmente aos amantes da música, aos compositores, aos músicos performáticos, aos historiadores da cultura, ou ainda será que trata-se de uma matéria totalmente independente, cuja apreciação se restinge a seus próprios praticantes? Questões como essas têm sido calorosamente debatiddas há anos pelos mais eminentes historiadores da Matemática: Moritz Cantor, Gustav Enestrom, Paul Tannery. Leibniz já tinha o que dizer a respeito, como também o tinha em se tratando de tantos outros assuntos:

"*A função da História não é apenas a de atribuir a cada um o que lhe é devido e atrair outros para glórias similares, mas também a de promover a arte da descoberta e divulgar seu método através de exemplos ilustres*"[1]

A idéia de que a humanidade deve ser estimulada pela perspectiva da fama eterna a realizar feitos de âmbito cada vez mais elevado é sem dúvida um tema clássico, herdado desde a antigüidade; parece que nos tornamos menos sensíveis a ele do que o eram nossos antepassados, mesmo que sua força provavelmente não se tenha ainda esgotado de todo. Quanto à parte posterior da afirmativa de Leibniz, seu teor é bastante claro. A sua vontade era de que o historiador da ciência escrevesse para os cientistas criativos, ou para aqueles que o são em potencial. Era esse o público-alvo a quem ele se dirigia ao escrever suas memórias sobre sua "mais nobre invenção" – o Cálculo.

Por outro lado, como observou Moritz Cantor, pode-se, ao lidar com história matemática, considerá-la uma disciplina suplementar, cujo objetivo é oferecer ao historiador propriamente dito catálogos de fatos matemáticos organizados por época, país, assunto e autor. Trata-se portanto de uma parcela, aliás não muito significativa, da história dos métodos, artes e ofícios de uma civilização, e que requer apenas uma visão externa. Um historiador do século XIX necessita de conhecimentos sobre o progresso que

---

[1] *"Utilissimum est cognosci veras inventionum memorabilium origenes, praesertim earum, quae non casu, sed vi meditandi innotuere. Id enim nom eo tantum prodest, ut Historia literaria suum cuique tribuat alii ad pares laudes invitentur, sed etiam ut augeatur ars inveniendi, cognita methodo illustribus exemplis. Inter nobiliora hujus temporis inventa habetur novum Analyseos Mathematicae genus, Calculi differentialis nomine notum..."* (Math. Schr., ed. C.I. Gerhardt, t. V., p. 392).

acompanhou o desenvolvimento da locomotiva; para tanto, ele depende de especialistas, mas não lhe importa como funciona a locomotiva, nem tampouco o gigantesco esforço intelectual exigido para a criação da termodinâmica. Assim, também, a elaboração de tabelas náuticas e de outros instrumentos úteis à navegação são de grande importância para o historiador da Inglaterra do século XVII; porém, o papel desempenhado por Newton nessa elaboração merecerá nada mais que uma nota de rodapé: Newton como zelador da Casa da Moeda, ou talvez como o tio da amante de um renomado nobre, lhe será mais relevante do que o Newton matemático.

Por outra perspectiva, a Matemática se traduzirá ocasionalmente como uma espécie de "rastreador" para o historiador da cultura que investiga a interação entre diversas culturas. Desse modo nos aproximamos de questões que provocam interesse mais genuíno para nós matemáticos; mas mesmo nesse campo nossas atitudes diferem intensamente das atitudes tomadas pelos historiadores profissionais. Para eles, uma moeda romana, encontrada em algum lugar da Índia, tem um significado definido; esse dificilmente será o caso em se tratando de teoria matemática.

Isso não significa que um mesmo teorema não possa ter sido descoberto repetidas vezes, mesmo em diferentes contextos culturais. Parece que alguns desenvolvimentos em séries de potências foram descobertas de modo independente na Índia, Japão e Europa. Métodos para a solução da equação de Pell foram demonstrados na Índia por Bhaskara no século XII, e depois, após um desafio de Fermat, novamente por Wallis e Brouncker em 1657. Podem-se até sugerir argumentos sobre a visão pela qual métodos parecidos foram conhecidos pelos gregos, talvez pelo próprio Arquimedes; como Tannery já sugeriu, a solução indiana poderia então ter sido originariamente grega; até o momento, porém, isso obviamente não passa de especulação infundada. Certamente não há quem sugira uma conexão entre Bhaskara e nossos autores do século XVII.

Por outro lado, quando equações quadráticas, resolvidas algebricamente em textos cuneiformes, reemergem em Euclides, com vestimenta geométrica, porém sem motivação geométrica alguma, o matemático julgará mais pertinente descrever o último tratamento como "álgebra geométrica", e estará inclinado a pressupor uma ligação com a Babilônia, mesmo sem qualquer evidência "histórica". Não se exigem documentos que provem a origem comum do grego, russo e sânscrito, nem há quem se oponha à sua designação como línguas indo-européias.

Pois bem, vamos agora deixar de lado as visões e aspirações de leigos e especialistas de outras disciplinas: é hora de retomarmos Leibniz e considerarmos o valor da história matemática, tanto intrinsicamente quanto segundo nossas próprias visões individuais como matemáticos. Desviando-nos apenas levemente de Leibniz, podemos dizer que a primeira função da história matemática é a de levar-nos a observar, ou a manter em nossa visão, "exemplos ilustres" de trabalho matemático da mais alta qualidade.

Esse fim justifica o trabalho do historiador? Talvez não. Einstein se apaixonou pela Matemática quando era ainda bastante jovem, ao ler Euler e Lagrange; não foi preciso que nenhum historiador lhe houvesse orientado a fazê-lo, nem que lhe houvesse ajudado em tais leituras. Mas nos dias de Einstein a Matemática avançava a um passo bem mais lento do que hoje. Sem dúvida, o jovem de hoje tem a opção de buscar modelos e inspiração no trabalho de seus contemporâneos; mas logo isso se traduz numa severa limitação. Por outro lado, se ele quiser voltar-se ao passado, provavelmente sentirá necessidade de orientação; é função do historiador, ou pelo menos do matemático com noções de história, fornecer-lhe essa orientação.

O historiador é útil ainda de outra maneira. Todos sabemos por experiência o quanto os contatos pessoais podem ser úteis quando desejamos estudar trabalhos contemporâneos; não é outro, talvez se possa dizer, o propósito de nossas reuniões e congressos. A vida dos grandes matemáticos do passado pode ter sido desinteressante, em muitos casos, ou assim talvez pareça a tantos leigos; para nós, porém, suas biografias são de grande valia, ao darem vida aos homens e a seus contextos de vida, sem falar em seus escritos. Qual o matemático que não gostaria de saber mais sobre Arquimedes, além do papel que lhe é atribuído na defesa de Siracusa? Será que nossa compreensão da teoria numérica de Euler seria a mesma se apenas tivéssemos acesso a suas publicações? Não é infinitamente mais interessante saber que ele estabeleceu-se na Rússia, correspondeu-se com Goldbach, travou contato quase acidentalmente com os trabalhos de Fermat, e depois, em idade bem mais avançada, iniciou uma correspondência com Lagrange sobre teoria numérica e integrais elípticas? Não é bom que um homem como esse tenha, através de sua correspondência, chegado tão próximo de nós?

Até aqui, apenas toquei na superfície de meu tema. Leibniz recomendou o estudo de "exemplos ilustres" não apenas em nome do prazer estético que propiciam, mas principalmente com o fim de se "promover a arte da descoberta". Neste ponto, é preciso que fique bem clara, em termos científicos, a distinção entre tática e estratégia.

Entendo por tática o manuseio diário das ferramentas à disposição do cientista ou estudioso, em um dado momento; isso se aprende melhor com um professor competente e pelo estudo de pesquisa contemporânea. Para o matemático, pode incluir o uso do cálculo diferencial em um dado momento, e da álgebra homológica em outro. Já a tática para o historiador da Matemática tem muito em comum com a do historiador geral. Ele deve buscar sua documentação na própria fonte, ou o mais próximo possível; informações de segunda mão lhe são de pouca valia. Em certas áreas de pesquisa, deve-se aprender a procurar e decifrar manuscritos; em outras, há que se contentar com textos já publicados, mas então a questão de sua confiabilidade – ou de sua falta de confiabilidade – deve ser constantemente observada. Um requisito indispensável é o conhecimento adequado da língua utilizada nas fontes de pesquisa; é princípio básico e seguro, em se tratando de toda e qualquer pesquisa histórica, que a tradução nunca substitui o texto original quando este é accessível. Felizmente, a história da Matemática ocidental após o século XV raramente requer qualquer conhecimento lingüístico além da língua latina e de outras línguas ocidentais contemporâneas; em muitos casos, o francês, o alemão e às vezes o inglês já bastam.

A estratégia, por sua vez, consiste na arte de reconhecer os problemas principais, atacá-los em seus pontos fracos, e estabelecer linhas-mestras para o avanço posterior. A estratégia matemática lida com objetivos a longo prazo; requer uma profunda compreensão das tendências mais amplas, e da evolução das idéias no decorrer de longos períodos de tempo. Isso é praticamente impossível de se distinguir daquilo que Gustav Enestrom descrevia como o objeto primordial da história matemática, "as idéias matemáticas, consideradas historicamente",[2] ou, nas palavras de Paul Tannery, "a filiação de idéias e a concatenação de descobertas".[3] Aí está a essência da disciplina que ora discutimos, e felizmente o fato de que aquele aspecto em que o historiador matemático, segundo Enestrom e Tannery, deve concentrar a sua atenção, é também um aspecto da maior valia para qualquer matemático que queira ir além da prática rotineira de seu trabalho.

A conclusão a que chegamos tem pouca consistência, é certo, a não ser que cheguemos a um consenso sobre o que é e o que não é uma idéia matemática. Nesse campo, muito dificilmente o matemático estará inclinado a buscar opiniões fora da Matemática. Nas palavras de Housman (quando solicitado a definir *poesia*), pode ser que ele não consiga definir uma idéia matemática, mas ainda assim lhe agrada conseguir reconhecê-la pelo cheiro. Não é provável que ele algum dia veja uma idéia matemática, por exemplo, nas especulações de Aristóteles sobre o infinito, nem tampouco naquelas de inúmeros pensadores medievais sobre o mesmo tema, mesmo que alguns deles tenham mostrado bem mais interesse por Matemática que Aristóteles; o infinito tornou-se uma idéia matemática somente depois que Cantor definiu conjuntos equipotentes e provou alguns teoremas sobre o assunto. As especulações dos filósofos gregos sobre o infinito são de grande importância em si; mas será que devemos realmente acreditar que tiveram grande influência sobre o trabalho dos matemáticos gregos? Por causa delas, dizem, Euclides se conteve de dizer que há infinitos números inteiros, e foi obrigado a expressar o fato de outro modo. Como se explica então que, algumas páginas adiante, ele declarou que "existem infinitas linhas"[4] incomensuráveis com uma dada linha? Certas universidades criaram cadeiras para a "história e filosofia da Matemática"; acho difícil imaginar o que essas duas disciplinas possam ter em comum.

Não é tão fácil saber onde "noções comuns" (para usar a frase de Euclides) termina e Matemática começa. A fórmula para a soma dos primeiros n inteiros, em sua estreita relação com o con-

---

[2] *Die mathematischen Ideen in historischer Behandlung* (Bibl. Math. 2 (1901), p.1).

[3] *La filiation des idées et l'enchainement des découvertes* (P. Tannery, *Oeuvres*, vol. X, p. 166).

[4] Υπα χονοιν ενϑαι απει οι (Vol. X, Def. 3).

ceito "pitagórico" de números triangulares, certamente merece ser denominada uma idéia matemática; mas o que dizer da aritmética comercial elementar, na forma como é apresentada em tantos livros didáticos desde a antigüidade até o de Euler sobre o mesmo assunto? O conceito de um icosaedro regular pertence nitidamente à Matemática; será que poderíamos dizer o mesmo do conceito de cubo, de retângulo, ou de círculo (o qual provavelmente não deve ser separado da invenção da roda)? Aqui nos deparamos com uma zona de transição, porque indefinida, entre a história da Matemática e a história da cultura. E o que importa não é bem aonde fica a fronteira: tudo que o matemático pode dizer é que seu interesse começa a se dissipar quanto mais próximo ele está de atravessá-la.

Conquanto concordamos que as idéias matemáticas são o verdadeiro objeto da história matemática, algumas conseqüências úteis podem ser levantadas; uma foi formulada por Tannery, como se vê a seguir (*loc. cit.*, (nota de rodapé 3), p. 164). Não há dúvida, diz ele, de que um cientista pode possuir ou adquirir todas as qualidades necessárias para fazer excelente pesquisa histórica em seu ramo; quanto maior fôr o seu talento como cientista, melhor será seu trabalho em pesquisa histórica. Como exemplos, ele cita Chasles, em Geometria; Laplace, em Astronomia; Berthelot, em Química; e quem sabe ele pensava também em seu amigo Zeuthen. Poderia muito bem ter acrescentado Jacobi também, se Jacobi tivesse vivido o suficiente para publicar suas pesquisas históricas.[5]

Talvez nem seja necessário exemplificar. De fato, é óbvio que a habilidade de identificar idéias matemáticas a partir de formas obscuras ou incoesas, e de reconhecê-las sob os diversos disfarces que poderão assumir antes de se revelarem à luz do dia, estará mais propensa a se apresentar em um matemático com talento acima da média. Mais do que isso: é um componente essencial desse

[5] Jacobi ficara indeciso, quando era estudante, quanto a estudar filologia clássica ou Matemática: sempre teve profundo interesse pela Matemática e história gregas; trechos extraídos de seus escritos sobre o assunto foram publicados por Koenisgsberger em sua biografia de Jacobi (por sinal, um excelente modelo para uma biografia bem orientada sobre um grande matemático): veja L. Koenigsberger, *Carl Gustav Jacob Jacobi*, Teubner, 1904, p. 385–395 e 413–414.

talento, uma vez que grande parte do ato de descoberta consiste no próprio processo de transformar em algo sólido as idéias vagas que estão "no ar" – algumas voando à nossa volta, outras (como disse Platão) flutuando dentro de nossas próprias mentes.

Quanto conhecimento matemático se precisa ter para trabalhar com história matemática? Segundo alguns, pouco mais do que sabiam os autores sobre os quais se quer escrever;[6] outros chegam a dizer que quanto menos se sabe melhor se está preparado para lê-los abertamente, evitando preconceitos e anacronismos. Na verdade, é justamente o contrário. Qualquer conhecimento profundo sobre a Matemática de um dado período da história é quase impossível de se alcançar quando o conhecimento não se estende para muito além de seu tópico mais aparente. Na grande maioria dos casos, aquilo que torna o assunto interessante é justamente a ocorrência prévia nas mentes conscientes dos matemáticos dos conceitos e métodos destinados a virem à tona somente muito tempo depois; é tarefa do historiador desvinculá-las e rastrear suas influências – ou falta de influências – com base nos acontecimentos seguintes. Anacronismo se dá quando se atribui a um autor conhecimentos conscientes que ele nunca possuiu; há uma diferença enorme entre reconhecer que Arquimedes foi precursor do cálculo diferencial e integral (sua influência sobre os fundadores do cálculo dificilmente poderá ser superestimada) e procurar vê-lo, e isso já aconteceu mais de uma vez, como um dos primeiros praticantes do cálculo. Por outro lado, não há anacronismo em se considerar Desargues o fundador da geometria projetiva de seções cônicas; mas é dever do historiador observar que o trabalho de Desargues, assim como o de Pascal, logo caiu em esquecimento, e só pôde ser resgatado depois que Poncelet e Chasles já haviam redescoberto o assunto todo, de forma independente.

Por analogia, consideremos a seguinte afirmativa: logaritmos estabelecem um isomorfismo entre o semiconjunto multiplicativo de números entre 0 e 1 e o semiconjunto aditivo de números reais positivos. Essa afirmativa pode ter sido completamente incom-

[6]Parece ter sido esta a visão de Loria: "Per comprendere e giudicare gli scritti appartenenti alle età passate, basta di essere esperto in quelle parti delle scienze che trattano dei numeri e delle figure e che si considerano attualmente come parte della cultura generale dell'uomo civile" (G. Loria, *Guida allo Studio della Storia delle Matematiche*, U. Hoepli, Milano, 1946, p. 271).

preensível até muito recentemente. Se, porém, deixarmos as palavras de lado e observarmos os fatos que se encontram por trás da afirmativa, não há dúvida alguma de que esses fatos eram muito bem compreendidos por Neper quando ele inventou os logaritmos, exceto pelo fato de que o seu conceito de números reais não era tão claro como o nosso; foi por esse motivo que ele teve que recorrer aos conceitos cinemáticos para se esclarecer, assim como Arquimedes o fizera por razões similares quando da sua definição de espiral.[7] Voltemos mais atrás no tempo; o fato de que a teoria das razões de grandezas e das razões de números inteiros, desenvolvida nos Volumes V e VI dos "Elementos" de Euclides deve ser considerada um capítulo precursor da teoria dos conjuntos, é inquestionável, já que Euclides utilizou o termo "razão dupla" para denominar o que chamamos o quadrado elevado de uma razão. Historicamente, é plausível até que a teoria musical tenha fornecido a motivação original para a teoria grega do conjunto de razão de números inteiros, em forte contraste com o tratamento puramente aditivo de frações no Egito; nessa ótica, teríamos aí um exemplo que remonta às origens da interação mútua entre Matemática pura e aplicada. De qualquer forma, será impossível analisarmos corretamente o conteúdo dos Volumes V e VI de Euclides sem o conceito de conjunto e mesmo sem o conceito de conjuntos com operadores, já que as razões de grandezas são tratadas como um conjunto multiplicativo operando sobre o conjunto aditivo das próprias grandezas.[8] Uma vez que se adote tal perspectiva, os volumes previamente citados de Euclides perdem seu caráter misterioso, e fica fácil seguir a linha que conduz indiretamente deles até Oresme e Chuquet, e depois até Neper e os logaritmos (cf. NB, p. 154–159 e 167–168). Ao fazê-lo, não estamos, é claro, atribuindo o conceito de conjunto a nenhum desses autores; nem deveríamos atribuí-lo a Lagrange, nem mesmo quando ele se dedicava ao que atualmente chamamos de teoria de Galois. Mas se por um lado Gauss não co-

[7] cf. N. Bourbaki, *Éléments d'histoire des mathématiques*, Hermann, 1960, pp. 167–168 e 174; esta coleção de ensaios históricos, extraídos do volume do mesmo autor, *Éléments de mathématiques*, e intitulado de forma um tanto quanto equivocada, será referifo doravante como NB.

[8] É ainda assunto de debate a questão sobre se Euclides acreditava ou não que o conjunto de razões de grandezas independe do tipo de grandeza em estudo; cf. Becker, Quellen u. Studien 2 (1933), 367–387.

nhecia a denominação, por outro ele certamente tinha o conceito nítido de conjunto comutativo finito, e havia se preparado muito bem nesse assunto ao estudar a teoria dos números de Euler.

Permitam-me citar mais alguns exemplos. As afirmativas de Fermat indicam que ele possuia a teoria das formas quadráticas $X^2 + nY^2$ para $n = 1, 2, 3$, usando provas por "declínio infinito". Ele não registrou essas provas; mas Euler acabou desenvolvendo a teoria, também usando declínio infinito, de modo que podemos pressupor que as provas de Fermat não diferiam muito das de Euler. E por que se dá declínio infinito nesses casos? Isso pode ser facilmente explicado pelo historiador que sabe que os campos quadráticos correspondentes incluem um logaritmo Euclidiano; este, transcrito na linguagem das notações de Fermat e Euler, fornece com precisão as provas por declínio infinito do mesmo modo que a prova de Hurwitz para a aritmética de quartenios, transcritos da mesma forma, fornece a prova de Euler (que era possivelmente também de Fermat) para a representação de números inteiros por somas de 4 quadrados.

Consideremos ainda a notação de Leibniz $\int y\,dx$ em Cálculo. Ele insistiu reiteradamente no caráter invariante da notação, primeiro em sua correspondência com Tschirnhaus (que mostrou não compreendê-la), e depois no *Acta Eruditorum* de 1686; ele havia até criado um termo que a designasse ("*universalitas*"). Há uma polêmica entre os historiadores quanto a quando, ou se, Leibniz descobriu o resultado, comparativamente menos importante, que, em alguns livros didáticos, é denominado "teorema fundamental do cálculo". Mas a importância da descoberta de Leibniz sobre a invariança da notação ydx mal poderia ter sido apreciada antes que Élie Cartan introduzisse o cálculo de formas diferenciais exteriores e demonstrasse a invariança da notação $ydx_1 \ldots dx_m$, não somente em casos de alteração de variáveis independentes (ou de coordenadas locais), mas mesmo em casos de "pull-back".[9]

Consideremos agora o debate que surgiu entre Descartes e Fermat sobre as tangentes (cf. NB, p. 192). Tendo decidido, de uma vez por todas, que somente curvas algébricas eram objeto apropriado de estudo para os geômetras, Descartes inventou um método para achar as tangentes, baseado na idéia de que uma

[9]Cf. NB, p. 208, e A. Weil, Bull. Amer. Math. Soc. 81 (1975), 683.

curva variável, em interseção com outra curva C em um ponto P, torna-se a tangente de C no ponto P quando a equação para suas interseções adquire uma raiz dupla correspondente a P. Logo, Fermat, que já havia descoberto a tangente da ciclóide por um método infinitesimal, desafiou Descartes a fazer o mesmo pelo seu próprio método. É claro que ele não poderia fazê-lo; sendo Descartes o homem que foi, porém, ele encontrou a resposta (*Oeuvres*, II, p. 308), e deu a demonstração ("um tanto quanto curta e simples", usando o centro instantâneo de rotação que inventou para a ocasião) e acrescentou que poderia ter fornecido outra prova "mais a seu gosto e mais geométrica", a qual ele omitia "para se poupar ao trabalho de demonstrá-la por escrito"; de qualquer modo, ele disse, "essas linhas são mecânicas", e ele as havia excluído da geometria. Isso era, claramente, onde Fermat queria chegar; ele sabia, tão bem quanto Descartes, o que era uma curva algébrica, mas restringir a geometria àquelas curvas não condizia com o seu modo de pensar, e nem com o da grande maioria dos geômetras do século XVII.

Adquirir conhecimento quanto ao caráter e quanto às fraquezas de um grande matemático é um prazer inocente do qual nem os historiadores mais sérios precisam se privar. Mas o que mais se pode concluir desse episódio? Muito pouco, enquanto não se esclarece a distinção entre geometria diferencial e algébrica. O método de Fermat pertencia ao primeiro; dependia dos primeiros termos de uma expansão local em séries de potências; representou o ponto de partida para todos os desenvolvimentos subsequentes em geometria diferencial e cálculo diferencial. Já o método de Descartes pertence à geometria algébrica, mas, sendo restrita a ela, foi objeto de curiosidade apenas, até que surgiu a necessidade de métodos válidos para campos relativamente arbitrários. Assim, a questão não pôde ser, e não foi, corretamente percebida até o momento em que a geometria algébrica abstrata lhe deu sua significação total.

Há ainda outra razão por que o trabalho sobre história matemática pode ser melhor realizado por aqueles que praticam ou já praticaram Matemática ativamente, ou que estiveram em estreito contato com matemáticos ativos; há diversas espécies de mal-entendidos, nem tão incomuns, dos quais nossa experiência poderia nos preservar. Sabemos muito bem, por exemplo, que não se deve sempre partir do pressuposto de que um matemático tem consciência plena dos trabalhos de seus precursores, mesmo quando os inclui em suas referências; qual de nós já leu todos os livros compilados nas bibliografias de seus próprios escritos? Sabemos que os matemáticos são raramente influenciados em seu trabalho por considerações filosóficas, mesmo quando se dizem levá-las a sério; sabemos que eles têm sua própria maneira de lidar com questões criativas através de uma alternância entre o descaso, por vezes desastroso, e a mais dolorosa atenção crítica. Acima de tudo, aprendemos a diferença entre o pensar criativo e original, por um lado, e aquela espécie de raciocínio rotineiro que o matemático por vezes sente que deve produzir em sua carreira, para satisfazer seus colegas e a si mesmo. Uma prova laboriosa demais pode ser sinal de que o autor não foi muito feliz em sua expressão; mas geralmente, como sabemos, indica que ele esteve trabalhando sob limitações que o impediram de traduzir diretamente em palavras ou fórmulas as suas idéias mais simples. Inúmeras instâncias poderiam exemplificar esse fato, desde a geometria grega (que possivelmente acabou sendo sufocada por tais limitações) até a que ficou conhecida como a epsilôntica, e até Nicolas Bourbaki, que chegou a considerar a idéia de marcar com um símbolo específico a margem de seus trabalhos para alertar seus leitores de provas dessa espécie. Uma das tarefas mais importantes do historiador sério de Matemática, e talvez uma das mais árduas, é precisamente a de selecionar o que é rotineiro do que é verdadeiramente inovador no trabalho dos grandes matemáticos do passado.

É claro que a experiência e o talento matemáticos não bastam por si sós na qualificação de um historiador matemático. Citemos Tannery mais uma vez (*loc. cit.* (nota de rodapé 3), p. 165): "O que é preciso, acima de tudo, é aprender o sabor da história; é necessário que se desenvolva uma percepção, um sentido histórico." Em outras palavras, o que se requer é uma qualidade de afinidade intelectual com épocas passadas e a presente, de modo a integrá-las em um todo abrangente. É necessário também não render-se à tentação (natural ao matemático) de se concentrar no trabalho dos matemáticos mais eminentes do passado e negligenciar trabalhos de valor secundário. Mesmo do ponto de vista do prazer estético, pode-se perder muito adotando tal atitude, como bem sabe todo amante da arte; historicamente, pode ser até fatal, uma vez que a genialidade dificilmente se desenvolve em ambientes inférteis, e alguma familiaridade com os trabalhos mais secundários é pré-requisito essencial para a apreciação e compreensão justas dos trabalhos mais relevantes. Pode-se acrescentar que até mesmo os livros didáticos em uso durante cada estágio do desenvolvimento da Matemática deveriam ser minuciosamente examinados para se descobrir, sempre que possível, o que era e o que não era conhecimento geral em cada época da história.

As notações são, também, relevantes. Mesmo quando aparentam ser de pouca importância, podem fornecer indicadores bastante úteis ao historiador; por exemplo, quando se descobre que por muitos anos, e mesmo atualmente, a letra K tem sido utilizada para representar campos, e letras germânicas para representar ideais, é parte da tarefa do historiador matemático explicar por quê. Por outro lado, ocorre também que por vezes as notações são inseparáveis dos principais avanços teóricos. Tal foi o caso do desenvolvimento lento da notação algébrica, completada finalmente por Viète e Descartes. E tal foi o caso também da criação altamente individual das notações para o Cálculo, de Leibniz (possivelmente o maior mestre de linguagem simbólica de todos os tempos); como já vimos, elas representaram as descobertas de Leibniz com tanto sucesso que historiadores de épocas posteriores, iludidos pela simplicidade da notação, deixaram de perceber algumas de suas descobertas.

Assim, o historiador tem suas próprias tarefas, mesmo que possam sobrepôr-se às do matemático, e às vezes até coincidir com elas. Assim, no século XVII, aconteceu que alguns dos melhores matemáticos, suprindo a falta de precursores imediatos em qualquer ramo da Matemática exceto a álgebra, tinham muito trabalho que fazer – trabalho que, sob o nosso ponto de vista, se encaixaria no terreno do historiador: organizavam, editavam, reconstruíam o trabalho dos gregos, de Arquimedes, Apolônio, Pappus, Diofanto. Mesmo nos dias de hoje, não é incomum que o historiador e o matemático se encontrem em terreno comum ao estudarem a produção dos séculos XIX e XX, sem falar nas tantas safras mais antigas. Por experiência própria, posso testemunhar o valor das sugestões encontradas em Gauss e Eisenstein. As congruências de Kummer referentes aos números de Bernoulli, após serem consideradas pouco mais que um objeto de curiosidade por muitos anos, adquiriram vida nova na teoria de funções L p-ádicas, e as idéias de Fermat sobre o uso de declínio infinito no estudo de equações deofantinas de genus 1 provaram o seu valor em trabalhos contemporâneos sobre o mesmo assunto.

O que é, então, que separa o historiador do matemático quando ambos estudam trabalhos do passado? Em parte, sem dúvida, o que os distingue são suas técnicas, ou, como propus anteriormente, suas táticas; mas, talvez se possa dizer que, principalmente, suas atitudes e motivações. O historiador tende a dirigir sua atenção a um passado mais remoto e a uma maior diversidade de culturas; em tais estudos, o matemático provavelmente encontrará pouco mais que a satisfação estética que eles proporcionam, além dos prazeres da descoberta indireta. O matemático tende a fazer suas leituras com um objetivo específico, ou pelo menos com a esperança de nelas encontrar alguma sugestão fértil. Aqui convém citar as palavras de Jacobi sobre um livro que estava lendo quando jovem: "Até agora, sempre que me debruçei sobre trabalhos de algum valor, fui estimulado a ter pensamentos originais; dessa vez, me vejo praticamente de mãos vazias."[10] Como ressaltou Dirichlet, de quem tomei emprestada essa citação, é irônico que o livro em questão era nada menos que *Exercices de calcul intégral*, de Legendre, que inclui o mesmo trabalho sobre integrais elípticas que pouco depois inspiraria as mais notáveis descobertas de Jacobi; mas essas palavras são típicas. O matemático faz suas leituras com o objetivo de que estimulem pensamentos originais (ou, pode-se acrescentar, nem tão originais); não há injustiça, penso eu, em se dizer que o objetivo do matemático é mais diretamente utilitário que o do historiador. Entretanto, ambos lidam com idéias matemáticas: as do passado, as do presente, e, quando conseguem, as do futuro. Ambos estão aptos a encontrar iluminação e treino valiosíssimos no trabalho um do outro. Portanto, a minha pergunta inicial, "Por que história matemática?", finalmente se reduz a "Por que Matemática?", à qual, por sorte, não me sinto chamado a responder.

[10] "Wenn ich sonst ein bedeutendes Werk studiert habe, hat es mich immer zu eignen Gedanken angeregt... Diesmal bin ich ganz leer ausgegangen und nicht zum gerisgsten Einfall inspiriert worden". (Dirichlet, *Werke*, Bd. II, S. 231).