Universidade Federal Fluminense
Prof. Andrés 02/12/2008

**Segunda Verificação Escolar de Cálculo IIIA**
**GMA00111 - Turma C1**

**1.** Calcule a integral de superfície

$$\iint_S x^2 z^2 \, dS$$

onde $S$ é a parte do cone $z^2 = x^2 + y^2$ que está entre os planos $z = 1$ e $z = 3$.

**2.** Considere o campo vetorial

$$\overline{F}(x,y,z) = \left( \frac{y^2}{1+x^2}, \, 2y \operatorname{arctg}(x), \, z \right), \quad (x,y,z) \in \mathbb{R}^2.$$

**a)** $\overline{F}$ é conservativo? Por que? Caso seja, encontre uma função $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tal que $\overline{F} = \nabla f$.

**b)** Calcule

$$\int_C \overline{F} \cdot d\overline{r}$$

onde $C$ é a curva parametrizada por

$$\overline{r}(t) = \left( t^3 + e^{t^2}, \, t^2 e^t \cos(\pi t), \, t \right), \quad 0 \le t \le 1.$$

**3) a)** Se $S$ é uma superfície parametrizada por $\overline{r}(u,v)$, $(u,v) \in D$, e $\overline{F}(x,y,z)$ é um campo vetorial definido em uma vizinhança de $S$, escreva a fórmula para calcular o fluxo de $\overline{F}$ através de S,

$$\iint_S \overline{F} \cdot d\overline{S}.$$

(usando da definição dessa integral).

**b)** Calcule o fluxo do inciso anterior no caso em que $\overline{F}(x,y,z) = (y, x, z^2)$ e

$$\overline{r}(u,v) = (u\cos(v), \, u \operatorname{sen}(v), \, v), \quad D = \{(u,v) : 0 \le u \le 1, \, 0 \le v \le \pi\}.$$

**4.** Calcule

$$\int_C \overline{F} \cdot d\overline{r},$$

onde

$$\overline{F}(x,y,z) = (x^2 z + e^z, xy^2 + 1, z^2 + xe^z)$$

e $C$ é a curva de interseção do plano $x + y + z = 1$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 9$, orientada no sentido anti-horário quando vista de cima.

**5.** Calcule o fluxo do campo

$$\overline{F}(x,y,z) = \left( z^2 x + e^y, \frac{1}{3} y^3 + \operatorname{tg}(z^2), x^2 z + y^2 \right)$$

através da semi-esfera (orientada p/cima)

$$S = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1, \, z \ge 0\}.$$