

**Primeira Verificação Escolar de Cálculo IIB
GMA00110 - Turma C1**

JUSTIFIQUE TODAS AS RESPOSTAS!!!

1.[1,5pt] Calcule o limite se existir (ou se não, demonstre que não existe):

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 \sin(x^3) \sqrt{1 + \cos\left(\frac{1}{(x^2+y^2)}\right)}}{x^2 + y^2}$$

2.[3pt] Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Em quais pontos f é contínua?
- b) Em quais pontos existem as derivadas parciais $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$?
- c) Em quais pontos f é diferenciável?

3.[2pt] Suponha que $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função diferenciável. Suponha também que $z = f(x, y)$, onde $x = e^u + v^2$ e $y = \cos(u)$. Calcule $\frac{\partial z}{\partial u}$ em $(u, v) = (0, 1)$ sabendo que

$$\frac{\partial f}{\partial x}(2, 1) = 3 \quad \text{e} \quad \frac{\partial f}{\partial y}(2, 1) = 2.$$

4.[2pt] Determine a equação do plano tangente à superfície

$$x^3 + xy^2 + 3zxy + z^2 = 2$$

no ponto $(1, 1, 0)$.

5.[1,5pt] Se você se encontra no ponto acima de $(x, y) = (3, 2)$ na montanha de equação

$$z = 20 - x^2 - 2y^2 = f(x, y),$$

- a) Em qual direção você deve andar para descer o mais rápido possível?
- b) Qual é a derivada direcional de f na direção correspondente ao item a)?
- c) Em qual direção você deve andar para manter a sua altitude constante?