Segunda Verificação Escolar de Cálculo IIB GMA00110 - Turma C1

JUSTIFIQUE TODAS AS RESPOSTAS!!!

1.[3pt] Encontre os valores máximo e mínimo de

$$x + 2y - 2z$$

quando (x, y, z) varia na esfera

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

Determine também em quais pontos da esfera o máximo e o mínimo são atingidos.

2.[3pt] Considere a função $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por

$$(u, v) = f(x, y) = (x^3 + 2xy + y^2, x^2 + y)$$

- a) Pode-se garantir que f tem inversa diferenciável em uma vizinhança do ponto $(x_0,y_0)=(1,1)$? Por que?
- b) Se a resposta do ítem anterior for afirmativa, encontre a função afim que melhor aproxima a inversa de f numa vizinhança do ponto $(u_0, v_0) = f(1, 1)$.
- 3.[3pt] Considere o sistema

$$\begin{cases} x + y^2 - 2yv - uv - 2z = 0 \\ x^2 - yz - 2u - v = 0 \end{cases}$$

- a) Explique por que o sistema acima define implícitamente uma função diferenciável (u,v)=f(x,y,z) tal que f(1,-1,1)=(2,-2) numa vizinhança do ponto (1,-1,1).
- b) Encontre a matriz derivada Df(1, -1, 1).

4.[1pt] Suponha que $G(x,y)=(x^2+y,xy)$ e $F\colon \mathbb{R}^2\to \mathbb{R}^2$ é uma função diferenciável tal que

$$DF(2,1) = \left[\begin{array}{cc} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{array} \right]$$

Sabendo que H(x,y) = F(G(x,y)), calcule DH(1,1).