Universidade Federal Fluminense 25/10/2010
Professor: Andrés

Segunda Verificação Escolar

Cálculo Aplicado II - Turma D1 — Cálculo Diferencial e Integral Aplicado II - Turma D2

Observações: Proibido usar calculadora ou celulares
Respostas sem justificação serão desconsideradas
Devolver esta folha junto com a prova

1. Calcule o limite, se existir, ou explique por que não existe.

a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$ c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2\operatorname{sen}(xy)+x^2+1}{1+x^2}$

2. Considere a função

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0) \\ 0, & (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

a) f é continua em $(0,0)$? Por que?
b) f tem derivadas parciais em $(0,0)$? Se tiver, calcule; se não, justifique.
c) f é diferenciável em $(0,0)$? Por que?

3. Considere a função

$$f(x,y,z) = x^2 + z\ln(y) + z^3y^2$$

a) Qual é o dominio de f?
b) Calcule $\nabla f(x,y,z)$.
c) Qual é a direção de maior crescimento de f no ponto $(1,1,-1)$?
d) Calcule a taxa de variação de f na direção do item anterior, no ponto $(1,1,-1)$.
e) Verifique que o ponto $(1,1,-1)$ está na superficie S_0 de nivel 0 de f.
f) Ache a equação do plano tangente a S_0 nesse ponto.
g) Ache a equação da reta normal a S_0 no ponto $(1,1,-1)$.
h) A equação $f(x,y,z)=0$ define implicitamente z como função de (x,y) perto de $(1,1,-1)$? (com $z(1,1)=-1$) Justifique, e se a resposta for afirmativa, calcule $\partial z/\partial x$ em $(x,y)=(1,1)$.
i) Suponha que $x=g(u,v)$, $y=h(u,v)$ e $z=k(u,v)$. onde g,h,k são funções diferenciáveis tais que

$$g(0,0)=1,\quad h(0,0)=1,\quad k(0,0)=-1$$
$$\frac{\partial x}{\partial u}(0,0)=1,\quad \frac{\partial y}{\partial u}(0,0)=-1,\quad \frac{\partial z}{\partial u}(0,0)=0$$
$$\frac{\partial x}{\partial v}(0,0)=2,\quad \frac{\partial y}{\partial v}(0,0)=0,,\quad \frac{\partial z}{\partial v}(0,0)=3.$$

Se $w=f(x,y,z)=f(g(u,v),h(u,v),k(u,v))$, calcule $\frac{\partial w}{\partial u}(0,0)$.