

### Verificação de Reposição

Cálculo Aplicado II - Turma D1 — Cálculo Diferencial e Integral Aplicado II - Turma D2

Observações: Proibido usar calculadora ou celulares e sair da sala  
Respostas sem justificção serão desconsideradas  
Devolver esta folha junto com a prova

1. Determine se cada uma das seguintes integrais impróprias é convergente (justifique):

$$\text{a) } \int_1^{\infty} \ln(x) dx \quad \text{b) } \int_0^1 \ln(x) dx \quad \text{c) } \int_0^{\infty} \frac{xe^{-x}}{\sqrt{x^2+1}} dx.$$

2. Determine se cada um dos seguintes limites existe (justifique).

$$\text{a) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \operatorname{sen}(x-y)}{x^2+y^4}, \quad \text{b) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \cos(x-y)}{x^2+y^4}.$$

3. Considere a superfície  $S_0$  de nível 0 da função

$$f(x, y, z) = z^4 + x^2 + xy^2 - 3.$$

- Ache a equação da reta normal a  $S_0$  no ponto  $P = (1, 1, 1)$ .
- Ache a equação do plano tangente a  $S_0$  no ponto  $P = (1, 1, 1)$ .
- Ache a derivada direcional de  $f$  no ponto  $(1, 1, 1)$  na direção do vetor  $\vec{v} = (3, 4, 0)$ .

4. Seja  $z = f(x(u, v), y(u, v))$  onde  $f$  é uma função  $C^1$  e  $x(u, v) = u - v^2$ ,  $y(u, v) = 3u + v$ . Calcule  $\frac{\partial z}{\partial v}$  no ponto  $(u, v) = (0, 1)$  sabendo que

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(x,y)=(-1,1)} = 5, \quad \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{(x,y)=(-1,1)} = 7.$$

5. Esboce a região de integração e invirta a ordem de integração na seguinte integral

$$I = \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x, y) dx dy.$$

6. Deduza a fórmula para o volume de uma bola de raio  $R$  usando integrais (duplas ou triplas).