

### Primeira Verificação Escolar de Cálculo IIB - Turma G1

Atenção: não é permitido usar calculadora, sair da sala durante a prova por qualquer motivo, ou manipular o celular. Deixe na sua mesa somente somente material para escrever e sua identidade. Desligue e guarde o celular.

1. Considere a função

$$f(x, y) = \sqrt{x - y^2}.$$

- Determine seu domínio e imagem.
- Descreva as curvas de nível de  $f$ .
- Encontre a equação da reta tangente à curva de nível 2 de  $f$  no ponto de coordenadas  $(5, 1)$ .

2. Considere a função

$$f(x, y) = \cos(x^2) + 2xy + y^3 + y \sin(x)$$

- Dê a equação da linearização de  $f$  em  $(0, 1)$ .
- Calcule a derivada direcional de  $f$  no ponto  $(0, 1)$  na direção do vetor  $\bar{v} = (3, 1)$ .
- Suponha que o domínio de  $f$  representa um mapa (onde o norte fica para cima) e o valor  $f(x, y)$  representa a elevação do terreno no ponto  $(x, y)$ . Se você está no ponto de coordenadas  $(0, 1)$ , em qual direção cardinal (N, S, E, O, NE, SE, NO, SO) você deve andar para **descer** o mais rápido possível? (Justifique)

3. Para cada uma das seguintes expressões, determine se o limite quando  $(x, y) \rightarrow (0, 0)$  existe, e justifique sua resposta detalhadamente.

$$\text{a) } \frac{xy^2 \cos(xy)}{x^2 + y^4} \quad \text{b) } \frac{x^2 \cos(xy)}{x^2 + y^4} \quad \text{c) } \frac{x^2 \sin(xy)}{x^2 + y^4}$$

- 4) Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 \sin(x)}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Explique brevemente por que  $f$  é diferenciável em todo  $(x, y) \neq (0, 0)$ .
- $f$  tem derivadas parciais no ponto  $(0, 0)$ ? (se tiver, calcule-as).
- Determine se  $f$  é diferenciável no ponto  $(0, 0)$ , e justifique sua resposta.
- $f$  é contínua? Justifique sua resposta.

5. Calcule a equação do plano tangente à superfície

$$yx^5 + zy^2 + z^3x = 2$$

no ponto  $(x_0, y_0, z_0) = (0, 1, 2)$ .