

## LISTA COMPLEMENTAR

- 1) Se  $x^y = y^x$ , para  $x, y > 0$ , calcule  $y'$ .
- 2) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x) = (\ln x)^{\cos x}$ , no ponto de abscissa  $x = e$ .
- 3) Determine a relação entre os gráficos de  $y = 2^{\ln x}$  e  $y = x^{\ln 2}$ , para  $x > 0$ .
- 4) a) Aplicando a definição de derivada, mostre que o limite  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+at)}{t} = a$ .
- b) Usando o item a), mostre que  $\lim_{t \rightarrow 0^+} (1+xt)^{1/t} = e^x$  e  $\lim_{t \rightarrow \infty} (1 + \frac{x}{t})^t = e^x$ .
- c) Utilizando uma calculadora, faça  $x=1$  e calcule  $(1 + \frac{x}{t})^t$  para  $t=1000$ ,  $5000$ ,  $50000$  e  $100000$ . Compare com o valor aproximado de  $e$  com 4 casas decimais.
- 5) Mostre que os gráficos de  $f(x) = xe^x$  e  $g(x) = x^2 - 1$  possuem um ponto de interseção. Localize o ponto num intervalo de comprimento 1.
- 6) Para que valores de  $r$  a função  $y = e^{rx}$  satisfaz a Equação Diferencial  $y'' + 5y' - 6y = 0$ ?
- 7) Prove que as famílias de curvas  $y = -\frac{x^2}{2} + k$  e  $y = \ln x + c$ , onde  $k, c$  são constantes arbitrárias, são ortogonais. Isto é, sempre que uma parábola da família dada tiver interseção com os gráficos da outra família, as retas tangentes nesses pontos serão perpendiculares. Esboce as famílias.
- 8) Quantas soluções tem a equação  $x^2 = 2^x$ ? Esboce os gráficos para responder. Por inspeção determine duas delas.
- 9) Mostre, usando diferenciação implícita, que qualquer reta tangente em um ponto  $P$  a um círculo com centro  $O$  é perpendicular ao raio  $OP$ .
- 10) Para quais valores de  $a$  e  $b$  a equação a seguir é válida?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x}{x^3} + a + \frac{b}{x^2} \right) = 0$$

- 11) Suponha que a transmissão de uma virose numa escola seja, tal que, a taxa de variação do número de infectados em relação ao tempo, seja proporcional ao número de pessoas infectadas. Sabendo que no instante inicial, quando foi diagnosticada a doença, o número de crianças infectadas era 5 e que no terceiro dia passou para 12, determine a função que determina o número de infectados até um determinado dia.
- 12) Encontre todos os pontos sobre a curva  $x^2y^2 + xy = 2$ , onde a inclinação da reta tangente é -1.

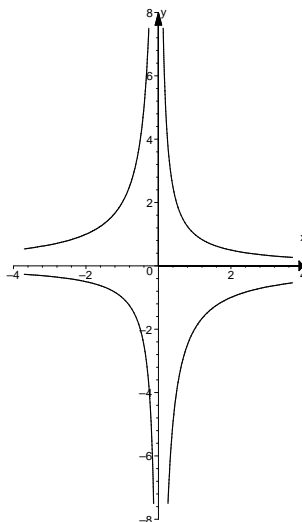


Figura 1: Gráfico do ex.12.