Resolução da Lista 2 de Cálculo Diferencial e Integral Aplicado I

Por: Camila Fontoura Paulo

Orientadora: Sonia Quiroga de Caldas Cruz

<u>Questão 17</u>

<u>Esboce o gráfico da função</u>

$f(x) = |x^2 - 4|x| + 3|$

<u>Solução</u>

Pela definição de função modular temos:

$$|x| = \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

Assim, para $x \geq 0$:

$$f(x) = |x^2 - 4x + 3| = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 \text{ , se } x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ -(x^2 - 4x + 3), \text{ se } x^2 - 4x + 3 < 0 \end{cases}$$

Note que $x^2 - 4x + 3 = 0$ se e somente se $x = 1$ ou $x = 3$. Observe que

$x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$

0 - 1 + 3 - (x-1)(x-3)

Como $x \geq 0$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 \text{ , se } x \in [1,3] \\ -(x^2 - 4x + 3) \text{ , se } x \in [0,1) \cup (3, +\infty) \end{cases}$$

Para $x < 0$:

$$f(x) = |x^2 + 4x + 3| = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 \text{ , se } x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ -(x^2 + 4x + 3) \text{ , se } x^2 + 4x + 3 < 0 \end{cases}$$

Note que $x^2 + 4x + 3 = 0$ se e somente se $x = -3$ ou $x = -1$. Observe que

$x^2 + 4x + 3 = (x+3)(x+1)$

+ -3 - -1 + 0 (x+3)(x+1)

Como $x<0$

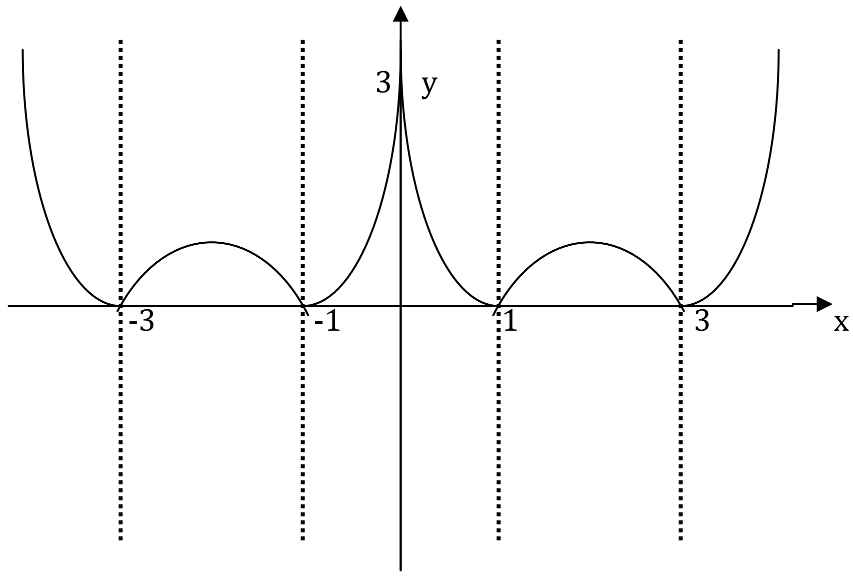
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 \text{ , se } x \in (-\infty, 3] \cup [-1,0) \\ -(x^2 + 4x + 3) \text{ , se } x \in (-3,-1) \end{cases}$$

Logo,

	$x < -3$	$x = -3$	$-3 < x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 0$
$\lvert x^2-4\lvert x\rvert+3\rvert$	$x^2 + 4x + 3$	0	$-(x^2 + 4x+ 3)$	0	$x^2 +4x+3$

	$x = 0$	$0 < x < 1$	$x = 1$	$1 < x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
$\lvert x^2-4\lvert x\rvert+3\rvert$	3	$x^2 - 4x + 3$	0	$-(x^2- 4x+3)$	0	$x^2-4x+ 3$

Desta forma podemos esboçar o gráfico dividido em seis regiões:



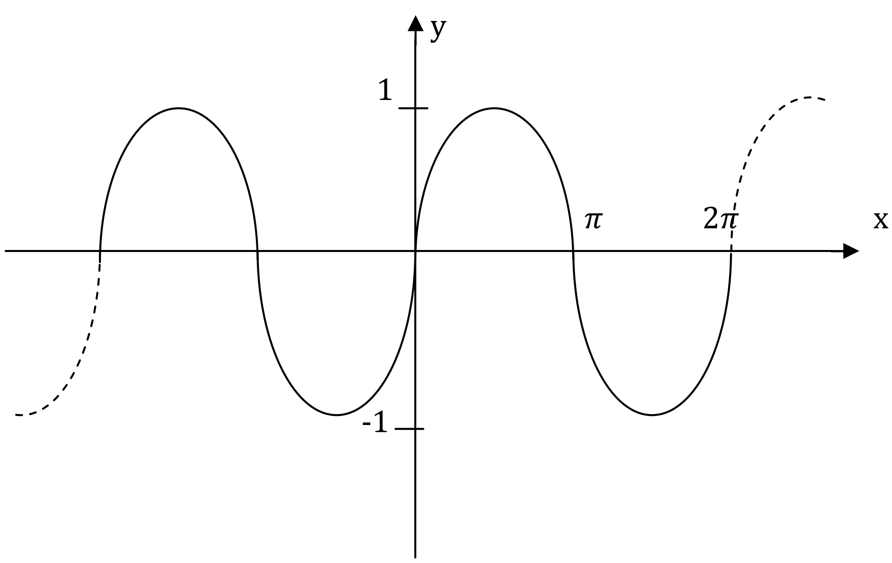
Questão 18

Determine o domínio, a imagem e esboce o gráfico da função dada

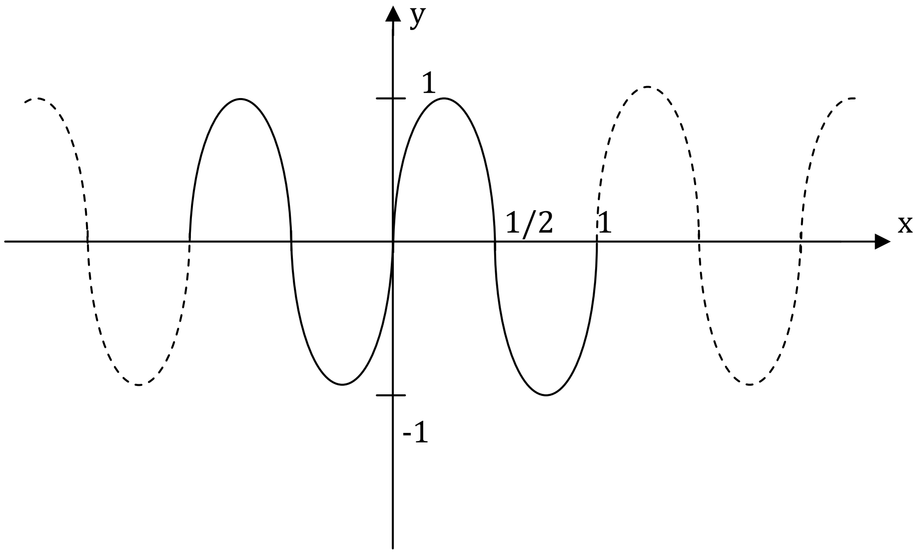
$f(x) = 3sen(2\pi x)$

Solução

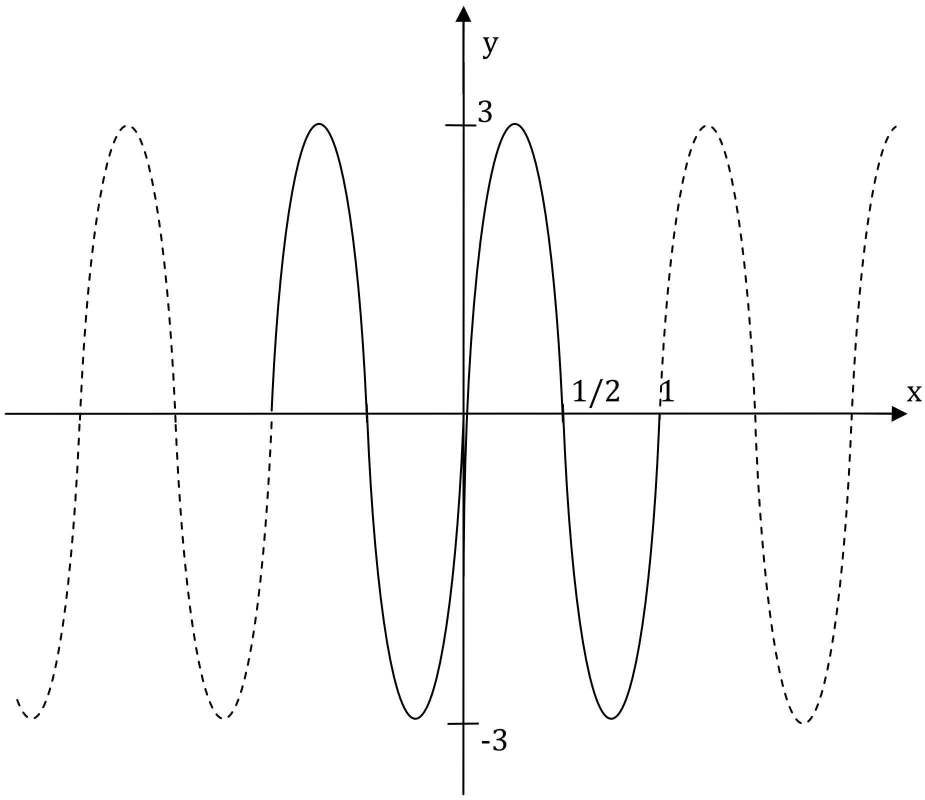
Sabemos que o gráfico de $y = sen\ (x)$ é:



Através de uma compressão horizontal definida pelo fator 2 π, temos o gráfico da função y = sen(2 πx)



Através de um alongamento vertical determinado pelo fator 3, temos o gráfico da função f(x) = 3sen(2πx):



Sabemos que o domínio da função é ℝ e a imagem é (-3,3), pela análise gráfica.