

Resolução da Lista 3 de Cálculo Diferencial e Integral Aplicado I

Por: Camila Fontoura Paulo

Orientadora: Cruz Sonia Quiroga de Caldas

Questão 8

Calcule o limite, caso exista. Caso não exista, justifique.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x-x^2} - (x+1)}{x}$$

Solução

Observe que $\frac{\sqrt{1-2x-x^2} - (x+1)}{x}$ é uma forma indeterminada do tipo $\frac{0}{0}$ quando $x \rightarrow 0$.

Vamos racionalizar o numerador:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x-x^2} - (x+1)}{x} \cdot \frac{\sqrt{1-2x-x^2} + (x+1)}{\sqrt{1-2x-x^2} + (x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2x - x^2 - (x+1)^2}{x(\sqrt{1-2x-x^2} + (x+1))}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2x - x^2 - x^2 - 2x - 1}{x(\sqrt{1-2x-x^2} + (x+1))}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x^2 - 4x}{x(\sqrt{1-2x-x^2} + (x+1))}$$

Quando tomamos o limite quando $x \rightarrow 0$, temos $x \neq 0$. Portanto podemos cancelar o fator comum e computar o limite como segue.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x-4}{\sqrt{1-2x-x^2} + (x+1)} = -2$$

Questão 15

Para a função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{2-x}, & \text{se } x < 1 \\ ax + b, & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ |x^2 - 7x + 12|, & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

Solução

Resolução da Lista 3 de Cálculo Diferencial e Integral Aplicado I

Por: Camila Fontoura Paulo

Orientadora: Cruz Sonia Quiroga de Caldas

a) Determine os valores de a e b para que f seja contínua em \mathbb{R} .

Seja p um ponto do interior do domínio de uma função, dizemos que f é contínua no ponto p se o limite no ponto p for igual ao valor da função neste ponto, sendo que para que o limite no ponto exista é necessário que os limites laterais sejam iguais.

$$\text{Temos } \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax+b) = a+b \text{ e } \lim_{x \rightarrow 1^-} -\sqrt{2-x} = -1$$

Deste modo,

$$-1 = a + b$$

$$\text{Temos } \lim_{x \rightarrow 2^+} |x^2 - 7x + 12| = |\lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 7x + 12)| = |4 - 14 + 12| = 2 \text{ e}$$
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (ax + b) = 2a + b$$

Desse modo,

$$2a + b = 2$$

Temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} a + b = -1 \\ 2a + b = 2 \end{cases}$$

$$a = 3, \text{ logo } b = -4$$

b) Esboce o gráfico de f.

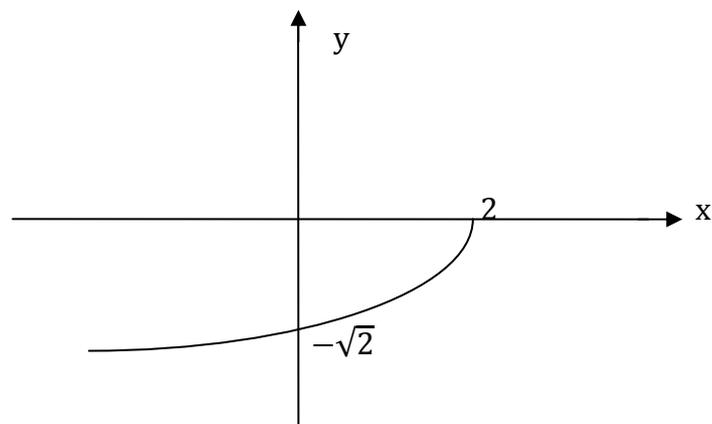
$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{2-x}, & \text{se } x < 1 \\ 3x - 4, & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ |x^2 - 7x + 12|, & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

O gráfico de $y = -\sqrt{2-x}$ é:

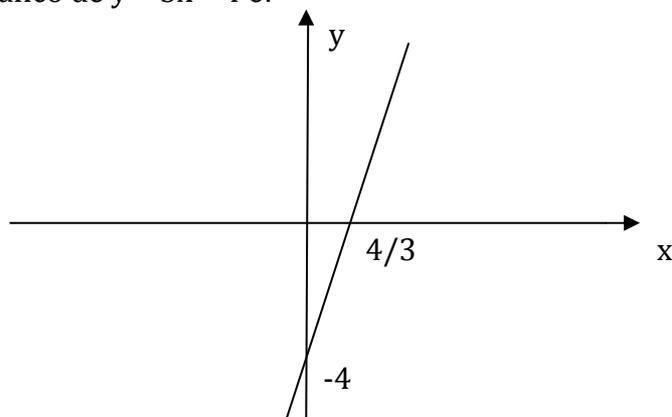
Resolução da Lista 3 de Cálculo Diferencial e Integral Aplicado I

Por: Camila Fontoura Paulo

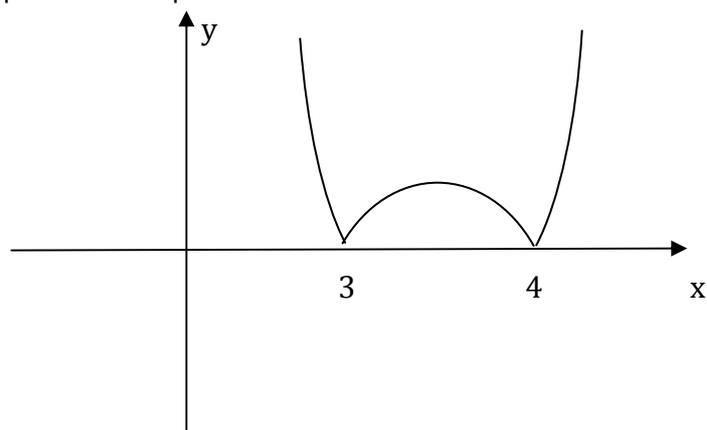
Orientadora: Cruz Sonia Quiroga de Caldas



O gráfico de $y = 3x - 4$ é:



O gráfico de $y = |x^2 - 7x + 12|$ é:



Assim podemos montar o gráfico de $f(x)$:

Resolução da Lista 3 de Cálculo Diferencial e Integral Aplicado I

Por: Camila Fontoura Paulo

Orientadora: Cruz Sonia Quiroga de Caldas

