LISTA 0

Esta lista é apenas para **REVISÃO** de Integral Indefinida, Integral Definida, do Teorema Fundamental do Cálculo e Integração por Substituição, tópicos estudados na disciplina Cálculo Diferencial e Integral Aplicado I ou Cálculo Aplicado I.

Nos exercícios 1. a 20. resolva as integrais imediatas ou aplique uma ou mais de uma vez a técnica de substituição simples para encontrar as primitivas.

1. $\displaystyle\int \operatorname{sen} x \cos x \; dx$
2. $\displaystyle\int \frac{\arctan x}{1+x^2}\; dx$
3. $\displaystyle\int \sec x \tan x \; dx$
4. $\displaystyle\int \tan x \; dx$
5. $\displaystyle\int \cot x \; dx$
6. $\displaystyle\int \frac{1}{4+3x^2}\; dx$
7. $\displaystyle\int \sqrt{x}\quad \operatorname{sen}\left(x^{3/2}-1\right) dx$
8. $\displaystyle\int \frac{e^x}{cos^2\left(e^x-2\right)}\; dx$
9. $\displaystyle\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2+1}}\; dx$
10. $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{\cos^3\sqrt{x}}}\; dx$
11. $\displaystyle\int \left(1-\cos\frac{x}{2}\right)^2 \operatorname{sen}\frac{x}{2}\; dx$
12. $\displaystyle\int \frac{e^{2/x^2}}{x^3}\; dx$
13. $\displaystyle\int x(1+x)^{4/3}\; dx$
14. $\displaystyle\int \frac{1+e^{2x}}{e^x}\; dx$
15. $\displaystyle\int \frac{18\tan^2 x\sec^2 x}{\left(2+\tan^3 x\right)^2}\; dx$
16. $\displaystyle\int 5^{2x}\; dx$
17. $\displaystyle\int \frac{\cos(\ln x)}{x}\; dx$
18. $\displaystyle\int \frac{dx}{x\ln x^3}$
19. $\displaystyle\int \frac{1+\ln^2 x+\ln^3 x}{x\ln x}\; dx$
20. $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$

Resolva as integrais definidas dos exercícios 21. a 28.

21. $\displaystyle\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\; dx$
22. $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^x}{e^x+e}\; dx$
23. $\displaystyle\int_0^{\sqrt{\ln\pi}} 2xe^{x^2}\cos\left(e^{x^2}\right)\; dx$
24. $\displaystyle\int_1^e \frac{dx}{x\left(1+\ln^2 x\right)}\; dx$
25. $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}\; dx$
26. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\operatorname{sen} x}\cos x\; dx$
27. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(1+e^{\tan x}\right)\sec^2 x\; dx$
28. $\displaystyle\int_{\ln\frac{\pi}{6}}^{\ln\frac{\pi}{2}} 2e^x\cos\left(e^x\right)\; dx$

29. Se aplicarmos o Teorema Fundamental do Cálculo em $\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}\,dx$, obteremos a seguinte igualdade:
$$\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}\,dx = -\frac{1}{x}\,\Big|_{-1}^{1} = -2.$$
Como a função $f(x)=\dfrac{1}{x^2}>0$, isto não faz sentido. O que está errado?

30. Verifique que as funções $\operatorname{sen}^2 x$ e $-\cos^2 x$ são primitivas de uma mesma função. Porque isso é possível?

RESPOSTAS DA LISTA 0

1. $\frac{1}{2}\,\text{sen}^2 x + C$
2. $\frac{1}{2}\arctan^2 x + C$
3. $\sec x + C$
4. $-\ln|\cos(x)| = \ln|\cos(x)|^{-1} =$
   $+\ln|\sec x| + C$
5. $-\ln|\csc x| + C$
6. $\frac{\sqrt{3}}{6}\arctan\frac{\sqrt{3}x}{2} + C$
7. $-\frac{2}{3}\cos\left(x^{\frac{3}{2}} - 1\right) + C$
8. $\tan(e^x - 2) + C$
9. $\frac{3}{2}\left(x^2+1\right)^{\frac{2}{3}} + C$
10. $4\left(\cos\sqrt{x}\right)^{-\frac{1}{2}} + C$
11. $\frac{2}{3}\left(1 - \cos\frac{x}{2}\right)^3 + C$
12. $-\frac{1}{4}\, e^{2/x^2} + C$
13. $\frac{3}{10}(1+x)^{\frac{10}{3}} - \frac{3}{7}(1+x)^{\frac{7}{3}} + C$
14. $e^x - e^{-x} + C$
15. $-\frac{6}{2+\tan^3 x} + C$
16. $\frac{5^{2x}}{2\ln 5} + C$
17. $\text{sen}(\ln x) + C$
18. $\frac{\ln\left|\ln x^3\right|}{3} + C$
19. $\frac{1}{3}(\ln x)^3 + \frac{1}{2}(\ln x)^2 + \ln|\ln x| + C$
20. $\frac{1}{2}\ \text{arcsen}(2x) + C$
21. $\frac{10\sqrt{2}-8}{3}$
22. $\ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$
23. $-\text{sen}(1)$
24. $\frac{\pi}{4}$
25. $\frac{1}{2}\ \text{arcsen}\left(\frac{1}{4}\right)$
26. e^{-1}
27. e
28. 1
29. As hipóteses do Teorema Fundamental do Cálculo não são satisfeitas nesse caso:
    A função $f(x) = \frac{1}{x^2}$ não está definida em todos os pontos do intervalo fechado e limitado cujos extremos são os limites de integração, isto é, não está definida em $[-1, 1]$, pois não está definida em $x = 0$.
30. Como $f'(x) = g'(x) = 2\,\text{sen}\,x\cos x$, concluímos que tanto f quanto g são primitivas de $h(x) = 2\,\text{sen}\,x\cos x$. Isso é possível porque $f(x) - g(x) = C \Rightarrow f'(x) - g'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = g'(x)$.
    Em palavras, sempre que a diferença entre duas funções é constante, a diferença entre suas derivadas é zero e consequentemente suas derivadas são iguais.
    Neste caso, $f(x) - g(x) = \text{sen}^2 x - (-\cos^2 x) = 1$.