



Universidade Federal Fluminense

EGM - Instituto de Matemática

GMA - Departamento de Matemática Aplicada

LISTA 1 - 2006-2

Revisão: inequações, raiz e módulo

Função: domínio, imagem e paridade

Gráficos que envolvem retas, cônicas e módulo

Resolva as inequações dos exercícios 1. a 12.

1. $-3x + 1 < 2x + 5$

6. $\frac{2x-1}{1-x} < 0$

10. $\frac{x^2-7x+10}{-x^2+9x-18} \leq 0$

2. $x^2 - 5x + 6 < 0$

7. $\frac{x}{2x-3} \leq 3$

11. $\frac{x+1}{2-x} < \frac{x}{x+3}$

3. $2x^2 - x - 10 > 0$

8. $(2x-1)^2 < 16$

4. $3x^2 - 7x + 6 < 0$

9. $x + \frac{1}{x} > 2$

12. $x^2 + x < x^3 + 1$

5. $(x-1)(1+x)(2-3x) < 0$

Nos exercícios 13. a 20. resolva para x e represente a solução na reta numérica.

13. $|x-2| = 4$

16. $|3+2x| \leq 2$

19. $\left| \frac{1}{x-2} \right| \leq \left| \frac{5}{2x-1} \right|$

14. $|x+3| = |2x+1|$

17. $|2x+5| > 3$

15. $|2x+3| = 2x+3$

18. $|3-4x| > x+2$

20. $|x^2-5x| < |x|^2 - |5x|$

Nos exercícios 21. a 24. a função real de variável real é definida por sua expressão analítica. Determine o seu domínio.

21. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$

23. $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$

25. $f(x) = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x^2-1}$

22. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}$

24. $g(x) = \frac{x}{\sqrt{|x|-1}}$

Estude a variação do sinal das funções dos exercícios 26. a 29.

26. $f(x) = (2x-3)(x+1)(x-2)$

28. $g(t) = \frac{2t-3}{|1-t|(1-2t)}$

27. $f(x) = \frac{x(2x-1)}{x+1}$

29. $F(x) = 2 - \frac{1}{x} - x$

30. Sejam x, y e z os lados de um triângulo retângulo, onde x é a hipotenusa. Se o triângulo tem perímetro igual a 6, indique a área deste triângulo em função da hipotenusa.

Nos exercícios 31. a 46. esboce o gráfico da função, especificando o domínio, a imagem e, quando possível, a paridade (par ou ímpar).

31. $f(x) = (2-x)|3-x|$

39. $f(x) = \sqrt{|x^2-16|}$

32. $f(x) = \frac{3-x}{|3-x|}$

40. $g(x) = \begin{cases} 4 + \sqrt{25-x^2} & \text{se } -5 \leq x \leq 5 \\ 4 & \text{se } x < -5 \text{ ou } x > 5 \end{cases}$

33. $f(x) = (x-2)(x+1)$

41. $f(x) = \sqrt{-x}$

34. $g(x) = |x^2 - x - 2|$

42. $f(x) = x \left(\sqrt{|x|} \right)^2$

35. $f(x) = |3-x| + |x-1|$

43. $f(x) = \frac{|x^2-4x+3|}{x-1}$

36. $f(x) = \sqrt{x(x-2)}$

44. $y = \frac{|x^3-5x^2+2x+8|}{x-2}$

37. $f(x) = \begin{cases} -\sqrt{3-2x} & \text{se } x < \frac{3}{2} \\ \sqrt{2x-3} & \text{se } x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$

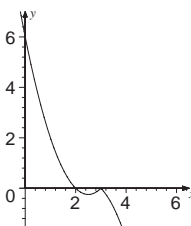
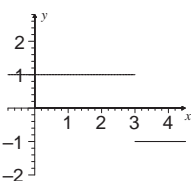
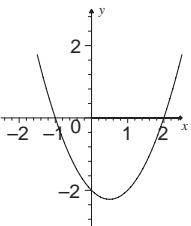
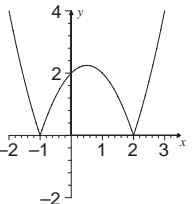
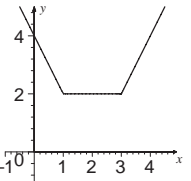
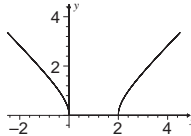
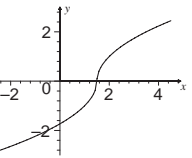
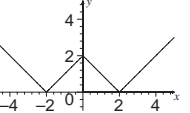
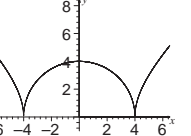
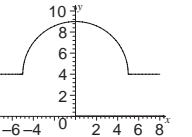
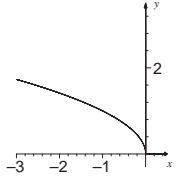
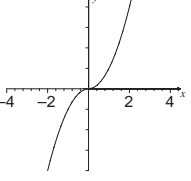
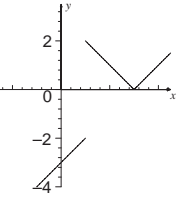
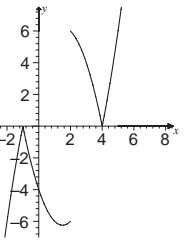
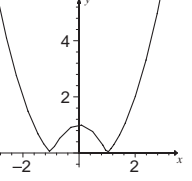
45. 21. $y = \begin{cases} 1-x^2 & , \quad -1 < x < 1 \\ x^2-|x| & , \quad x \leq -1 \text{ ou } x \geq 1 \end{cases}$

38. $y = ||x| - 2|$

RESPOSTAS

1. $x > -\frac{4}{5}$
2. $2 < x < 3$
3. $x < -2$ ou $x > \frac{5}{2}$
4. \emptyset
5. $-1 < x < \frac{2}{3}$ ou $x > 1$
6. $x < \frac{1}{2}$ ou $x > 1$
7. $x < \frac{3}{2}$ ou $x \geq \frac{9}{5}$
8. $(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$
9. $(0, 1) \cup (1, \infty)$
10. $(-\infty, 2] \cup (3, 5] \cup (6, \infty)$
11. $(-\infty, -3) \cup (2, \infty)$
12. $(-1, 1) \cup (1, \infty)$
13. $\{6, -2\}$
14. $\{2, -\frac{4}{3}\}$
15. $[-\frac{3}{2}, \infty)$
16. $[-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}]$
17. $(-\infty, -4) \cup (-1, \infty)$
18. $(-\infty, \frac{1}{5}) \cup (\frac{5}{3}, \infty)$
19. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \frac{11}{7}] \cup [3, \infty)$
20. \emptyset
21. $x < 0$
22. $x \neq -1$
23. $-1 \leq x \leq 1$
24. $x < -1$ ou $x > 1$
25. $x = -1$ ou $x = 1$
26. $f(x) \begin{cases} < 0 & \text{se } x < -1 \text{ ou } \frac{3}{2} < x < 2 \\ = 0 & \text{se } x = -1 \text{ ou } x = \frac{3}{2} \text{ ou } x = 2 \\ > 0 & \text{se } -1 < x < \frac{3}{2} \text{ ou } x > 2 \end{cases}$
27. $f(x) \begin{cases} < 0 & \text{se } x < -1 \text{ ou } 0 < x < \frac{1}{2} \\ = 0 & \text{se } x = 0 \text{ ou } x = \frac{1}{2} \\ > 0 & \text{se } -1 < x < 0 \text{ ou } x > \frac{1}{2} \end{cases}$
28. $g(t) \begin{cases} < 0 & \text{se } t < \frac{1}{2} \text{ ou } t > \frac{3}{2} \\ = 0 & \text{se } t = \frac{3}{2} \\ > 0 & \text{se } \frac{1}{2} < t < 1 \text{ ou } 1 < t < \frac{3}{2} \end{cases}$
29. $F(x) \begin{cases} < 0 & \text{se } 0 < x < 1 \text{ ou } x > 1 \\ = 0 & \text{se } x = 1 \\ > 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$

30. Seja $S = S(x)$ a área do triângulo. Como y e z são os catetos, $S = \frac{1}{2} yz$, que denotamos por (eq. 1).
 Foi dado o perímetro $P = x + y + z = 6$, logo $y + z = 6 - x$. Elevando ambos os lados dessa última equação ao quadrado, obtemos a equação $y^2 + 2yz + z^2 = 36 - 12x + x^2$, que denotamos por (eq. 2).
 Como x é a hipotenusa, sabemos que $x^2 = y^2 + z^2$, que denotamos por (eq. 3).
 Na (eq. 2), substituindo-se o valor de x^2 dado pela (eq. 3), obtemos $y^2 + 2yz + z^2 = 36 - 12x + y^2 + z^2$.
 Simplificando essa equação, $2yz = 36 - 12x$, explicitando o produto $yz = \frac{12(3-x)}{2} = 6(3-x)$.
 Agora, substituindo-se o produto yz na (eq. 1), obtemos $S = \frac{1}{2} \cdot 6(3-x)$, logo $S(x) = 3(3-x)$.

31. 
 $dom = \mathbb{R}$;
 $im = \mathbb{R}$
32. 
 $dom = \mathbb{R} - \{3\}$;
 $im = \{-1, 1\}$
33. 
 $dom = \mathbb{R}$;
 $im = [-\frac{9}{4}, \infty)$
34. 
 $dom = \mathbb{R}$;
 $im = [0, \infty)$
35. 
 $dom = \mathbb{R}$;
 $im = [2, \infty)$
36. 
 $dom = (-\infty, 0] \cup [2, \infty)$;
 $im = [0, \infty)$
37. 
 $dom = \mathbb{R}$;
 $im = \mathbb{R}$
38. 
 $dom = \mathbb{R}$;
 $im = [0, \infty)$
 é par
39. 
 $dom = \mathbb{R}$;
 $im = [0, \infty)$
 é par
40. 
 $dom = \mathbb{R}$;
 $im = [4, 9]$
 é par
41. 
 $dom = (-\infty, 0]$;
 $im = [0, \infty)$
42. 
 $dom = \mathbb{R}$;
 $im = \mathbb{R}$
 é ímpar
43. 
 $dom = \mathbb{R} - \{1\}$;
 $im = (-\infty, -2) \cup [0, \infty)$
44. 
 $dom = \mathbb{R} - \{2\}$;
 $im = \mathbb{R}$
45. 
 $dom = \mathbb{R}$;
 $im = [0, \infty)$
 é par